

平均余命曲線の型について (1)

館 稔

1 目 的

生命表における男女年齢の関数としての完全平均余命は次のごとく定義される。

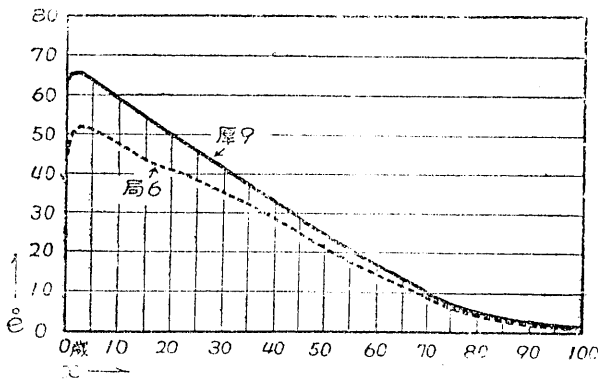
$$e^{\circ}(x) = \int_x^{\omega} l(x) dx / l(x)$$

ただし、 $l(x)$ は生命表の男子もしくは女子 x 歳の生存数、すなわち、1つの同時出生集団、cohortが出生後 x 年間生存する確率であつて、

$$l(x) \geq l(x+1).$$

$e^{\circ}(x)$ 曲線は、経験的に、 $l(x)$ が急速度で低下する幼児期において1つの峯をもっている [→ 図 1]。この峯の形は、出生時に出発した $l(x)$ が低下する速度によつて定められる。すなわち、それは主として、乳幼児期の死亡確率の変化によつて定められるが、上掲の定義式の性質上、全年齢にわたる死亡確率、あるいは、生存数の変化を集約して包含している。

図1. 日本の平均余命曲線 (女子)



それゆえに、乳幼児期における $e^{\circ}(x)$ 曲線の峯の形によつて型を分けるとすれば、それは“死亡秩序”の特徴を集約して表わし、死亡秩序に最も作用する公衆衛生発達の程度、ひいては、近代文明の発展段階を物語るものとなる。

このような見地から、この稿では、 $e^{\circ}(x)$ 曲線の峯の形によつて、若干の $e^{\circ}(x)$ 曲線の型を分けてこれを考察することを目的とする。

このような試みは、死亡効果の点からみた人口学的類型理論、“die demographische Typenlehre”の1部となり得ると思われる。この

方面の研究が比較的手薄なわが国においては、この稿も何ほどの意味をもつものとする。

また、これまでの“死亡法則”は、主として、生命表の死亡数 $d(x)$ や瞬間死亡率、あるいは、死亡力 $\mu(x)$ や $l(x)$ の型を取扱つてきたとみられる。¹⁾ $e^{\circ}(x)$ の型を取扱うことも、この見地から、必ずしも

1) (1) 1725年, Abraham de Moivre [1667—1754] は $l(x)$ を直線と仮定した。ただし、 $x=86$ で $l(x)=0$ となるものとした。これを de Moivre の仮説、または、死亡法則という。

原著—de Moivre: Annuities upon Lives, 1725.

Noel A. Humphreys (edited by): Vital Statistics: Memorial Volume of Selections from the Reports and Writings of William Farr, 1885, p. 464 による。

(2) 1729年, Isaac de Graaf は“生命力 [Lebenskracht]”は年齢の減少関数であつて、

無意義ではあるまい。

2 方 法

(1) できるだけ多くの生命表を集めて、0~5歳の $\overset{\circ}{e}(x)$ 曲線を描き、その形態上の特徴によつて型を分けた。ここで集めた生命表の範囲は、

(A) 内閣統計局の第1回から第6回に至る各回完全生命表、

$$1 - (x/92)^x$$

であるとした。

原著—I. de Graaf: Waardije van Lijfrenten, Naar proportie van Losrenten, 1729.

Harald Westergaard: Contributions to the History of Statistics, 1932, p. 46 による。

(3) 1820年および1825年, Benjamin Gompertz [1779—1865] は, (A) 年齢とは無関係に働く死亡の chance と (B) 年齢とともに増大する死亡に対抗する力の減退という2種の死亡要因を指摘したが, (B) の命題だけを定式化した。すなわち, $\mu(x)$ は年齢とともに幾何級数で増大するとして,

$$\begin{aligned}\mu(x) &= -d \lg l(x) / dx \\ &= -Bc^x\end{aligned}$$

したがつて,

$$\begin{aligned}\lg l(x) &= -\int Bc^x dx \\ &= -(B/\lg c)c^x + \lg k\end{aligned}$$

ただし, $\lg k$ は積分定数。

今, $-B/\lg c$ を $\lg \mathcal{G}$ とおけば,

$$\lg l(x) = c^x \lg \mathcal{G} + \lg k$$

すなわち,

$$l(x) = k \mathcal{G}^{c^x}$$

これが Gompertz 曲線, または, 死亡法則である。

原著—B. Gompertz: "A sketch of an analysis and notion applicable to the estimation of the value of life contingencies"—Philosophical Transactions of the Royal Society in London, 1820.

B. Gompertz: "On the nature of the function expressive of the law of human mortality, and on a new mode of determining the value of life contingencies"—Phil. Trans., 1825.

H. Westergaard: op. cit., pp. 129—130, および,

C. H. Forsyth: Mathematical Theory of Life Insurance, 1924, pp. 50 fg. による。

(4) 1860年, W. H. Makeham は Gompertz の命題(A)を加味して Gompertz 曲線を修正した。すなわち,

$$\begin{aligned}\mu(x) &= -d \lg l(x) / dx \\ &= A + Bc^x\end{aligned}$$

とおいた。したがつて,

$$\lg l(x) = -Ax - (B/\lg c)c^x + \lg k$$

そこで,

$$-A = \lg s, \quad -B/\lg c = \lg \mathcal{G}$$

とすれば,

$$\lg l(x) = \lg k + x \lg s + c^x \lg \mathcal{G}$$

すなわち,

$$l(x) = k s^x \mathcal{G}^{c^x}$$

- (B) 厚生省の第8回および第9回完全生命表,
- (C) 厚生省の第1回から8回に至る各回簡易生命表,
- (D) 厚生省人口問題研究所の第1回から第8回に至る各回簡速生命表,
- (E) 国際連合の人口年鑑, 1948年から1954年まで各巻である.

(2) 考察の範囲は, おが国および外国の全国を原則とした. わが国および外国の, 特にわが国の地域別比較考察は重要であるが篇を改めて取扱いたいと思う.

(3) 考察の期間は, 資料の関係, 特に, わが国の内閣統計局第1回生命表が明治24—同31年 [18

これが Gompertz-Makeham の死亡法則である.

原著——Journal of the Institute of Actuaries, Jan., 1860.

E. Czuber: Wahrscheinlichkeitsrechnung und ihre Anwendung auf Fehlerausgleichungsstatistik und Lebensversicherung, Bd. II, 3te Aufl., 1921, S. 173.

C. H. Forsyth: op. cit., pp. 51—52, 68.

H. Westergaard: op. cit., pp. 130, 238 による.

(5) M. Huber の記述によれば, Charles Babbage [1833] と Achard [1893] は $l(x)$ に2次の放物線を用いたが, 多くは指数曲線が用いられた. しかし,

$$l(x) = a^x$$

については,

$$q(x) = 1 - \frac{l(x+1)}{l(x)}$$

であるから,

$$q(x) = 1 - a$$

で, $q(x)$ が一定となつて不合理である.

Dormoy [1873] と Laurent [1892] は複雑な式を掲示したが, Gompertz 曲線と Gompertz-Makeham 曲線には及ばなかつた. また, W. Lazarus [1867] と Poterin du Montal [1893] が Makeham の式を修正したが, 普及性をもたなかつた.

Michel Huber: Cours de démographie et de statistique sanitaire, VI, Tables de mortalité, mouvement général d'une population, Actualités Scientifiques et Industrielles, 890, 1941, p. 37 による

(6) 1877年, Wilhelm Lexis [1837—1914] は, $d(x)$ 曲線の高年齢部分が正規分布をなすことを見出した. そして, その mode を“正常死亡年齢 [das Normalalter od. die normale Lebensdauer]”と呼んだ. 川上理一博士もこれと独立に同様の発見を見出された. 最近, 諏訪頼雄博士は, これを正規曲線の斜影変換によつて表現された.

原著——W. Lexis: Zur Theorie der Massenerscheinungen in der menschlichen Gesellschaft, 1877.

久留間敏彦訳: “レキシス, 人間社会に於ける大衆現象の理論に就て”, 統計学古典選集, 第9巻, 昭和13年, pp. 142—143.

H. Westergaard: op. cit., p. 230.

川上理一: 生物統計学概論, 上巻, 昭和14年, pp. 112—117.

諏訪頼雄: “Lexis 川上寿命説の検討” ——生物統計学雑誌, 第2巻第4号, 昭和29年12月.

(7) 1897年, Karl Pearson [1857—1936] は $d(x)$ 曲線を1つの合成曲線とみて, 乳児期, 幼児期, 青年期, 中年期および老年期の5個の部分曲線に分解した. 老年期は Lexis の正規分布である.

原著——K. Pearson: The Chances of Death and Other Studies in Evolution, Vol. I, 1897, pp. 35—41, esp., plate IV to face p. 36.

91—1898年]に始まつていることと文明国の死亡率の傾向等から、これを19世紀の終り頃から最近までとした。

(4) また、男女各別に考察して比較すべきであるが、今までみてきたところでは、男女の型に大きな差はないようであるから、この稿では、一応、女子人口についてのみ考察することとした。もつとも、生命表自体が男女各別に表章されていない少数の国〔コスタ・リカおよびブラジル〕については男女総合の曲線について考察した。

(5) $\overset{\circ}{e}(x)$ 曲線の形態上の特徴をどのようにして捕えるかということは方法上重要な課題である。ここでは、最も単純素朴な方法であるが、生命表の $\overset{\circ}{e}(x)$ 曲線のピークが何歳〔生命表は1歳以後整数年齢である。〕にあるかということによつて型を分けることにした。すなわち、曲線のピークが、

- (A) 1歳にあをものを1歳型、
- (B) 2歳にあるものを2歳型、
- (C) 3歳にあるものを3歳型、
- (D) 4歳以後にあるものを4歳以後型、とした。

経験的に、曲線のピークが0歳にあるものはない。また、4歳以後型でも、7歳以後にピークのあるものはみられない。

(6) 生命表における年齢は、0歳から1歳までの間を除いて、整数年齢だけが用いられている。したがつて、 $\overset{\circ}{e}(x)$ 曲線のピークが1歳、2歳などにあるということは正確でない。ここで $\overset{\circ}{e}(x)$ 曲線の大体の型を区分するという程度では整数年齢で、一応、役立つと考えられるので、特に正確なピークを計算しないで、生命表に表章されたままの整数年齢を用いることとした。ただし、生命表の基礎関数によつて理論的にその位置を決定する試論を付け加えておいた〔→3(13)〕。

(7) 乳児期における死亡率の総合的な考察には、0—1歳間における日齢および月齢による $\overset{\circ}{e}(x)$ 曲線の考察が重要であることというまでもない。この稿では、整数年齢によつて一応の概観をすることとし、乳幼期についての日齢および月齢の考察はこれを他の機会に譲ることとする。

(8) $\overset{\circ}{e}(x)$ 曲線の形態上の特徴はこれを曲線の整数年齢のピークだけで捕えることははなはだ不十分である。例えば、出生時の平均余命からピークの年齢の平均余命までの傾斜であるとか、尖峯度等も重要な課題である。これらはいづれ稿を改めて詳細に考察したいと思つている。

以上の方法上の制限から、この稿で取扱うところは、問題の序論的部分に過ぎないものである。

3 結 果

(1) 集めた生命表の女子人口 $\overset{\circ}{e}(x)$ 曲線の1部を表示したものが表1と2である。表1について

2) 一般に女子の $\overset{\circ}{e}(0)$ は男子に比べて3—4年大であるが、 $\overset{\circ}{e}(x)$ のピークの位置は男女ほとんど全く同一である。ただ、インドにおいては、男女の $\overset{\circ}{e}(0)$ がはなはだ接近している。そして、1921—31年と1941—50年においては男女の $\overset{\circ}{e}(0)$ が逆になつて、男子のそれが女子のそれを超えている。世界の生命表におけるほとんど

インドの男女別 $\overset{\circ}{e}(0)$				(単位年)	
男 女	1891 — 1901	1901 — 11	1921 — 31	1941 — 50	
男	23.63	22.59	26.91	32.45	
女	23.96	23.31	26.56	31.66	

ただ1つの異例である。1921—31年に限り男女の $\overset{\circ}{e}(x)$ のピークの位置が異つている。すなわち、男子は5歳に、女子は4歳にある。しかし、4歳以後型であることに男女の違いはない。

表1. 若干の国の幼児平均余命の現状と19世紀末以降におけるその推移 (女子)

(単位は年)

イ ン グ ラ ン ド お よ び ウ ェ イ ル ス					
x	1891 — 1900	1910 — 12	1920 — 22	1930 — 32	1952
0	47.77	55.35	59.58	62.88	72.35
1	54.53	60.31	62.99	<u>65.48</u>	<u>73.14</u>
2	56.34	<u>61.28</u>	<u>63.35</u>	65.37	72.27
3	<u>56.40</u>	61.09	62.98	64.76	71.34
4	56.25	60.58	62.38	64.03	70.40
5	55.79	59.94	61.67	63.24	69.44
10	51.97	55.91	57.53	58.87	64.58

ス ウ ェ ー デ ン (つづく)					
x	1891 — 1900	1901 — 10	1911 — 20	1921 — 30	1931 — 35
0	53.63	56.98	58.38	63.16	65.33
1	58.04	60.64	<u>61.16</u>	<u>65.50</u>	<u>67.17</u>
2	<u>58.70</u>	<u>60.95</u>	61.15	65.14	66.63
3	58.63	60.58	60.65	64.43	65.84
4	58.34	60.03	60.00	63.63	64.98
5	57.92	59.40	59.31	62.79	64.09
10	54.61	55.58	55.31	58.38	59.49

x	ス ウ ェ ー デ ン (つづき)			ド イ ツ			
	1936—40	1941—45	1946—50	1891—1900	1910—11	1924—26	1932—34
0	66.92	69.71	71.58	43.97	50.68	58.82	62.81
1	<u>68.40</u>	<u>70.58</u>	<u>72.08</u>	53.79	58.78	<u>63.89</u>	<u>66.41</u>
2	67.71	69.79	71.20	55.59	<u>59.64</u>	63.85	65.96
3	66.88	68.93	70.29	<u>55.81</u>	59.33	63.22	65.22
4	66.00	68.03	69.36	55.62	58.77	62.44	64.40
5	65.09	67.12	68.42	55.22	58.10	61.62	63.56
10	60.46	62.40	63.58	51.71	53.99	57.11	59.09

フ ラ ン ス (つづく)					
x	1898 — 1903	1908 — 13	1920 — 23	1928 — 33	1933 — 38
0	48.69	52.41	56.09	59.02	61.64
1	55.34	57.96	60.47	<u>62.53</u>	<u>64.50</u>
2	<u>56.14</u>	<u>58.62</u>	<u>60.64</u>	62.48	64.31
3	<u>56.13</u>	<u>58.32</u>	60.15	61.87	63.62
4	55.78	57.79	59.50	61.13	62.83
5	55.26	57.14	58.78	60.32	61.99
10	51.53	53.08	54.54	55.95	57.50

x	フ ラ ン ス (つづき)		イ タ リ ア			
	1946—49	1950—51	1899—1902	1901—11	1921—22	1930—32
0	67.4	69.3	43.17	44.83	50.8	56.00
1	70.3	71.7	50.08	51.78	56.7	61.32
2	69.7	70.6	53.33	54.72	58.6	62.79
3	68.9	69.7	54.42	55.51	58.9	62.62
4	68.0	68.8	54.58	55.51	58.6	62.07
5	67.1	67.8	54.33	55.20	58.1	61.37
10	62.4	63.0	51.00	51.53	54.2	57.15

x	フ ィ ン ラ ン ド					
	1881—1900	1901—10	1911—20	1921—30	1931—40	1946—50
0	44.2	48.10	49.12	55.14	59.55	65.87
1	50.2	53.14	53.60	59.09	62.51	67.97
2	52.2	54.63	54.71	59.50	62.39	67.37
3	53.0	54.90	54.84	59.14	61.85	66.58
4	53.3	54.88	54.70	58.57	61.18	65.72
5	53.4	54.58	54.32	57.83	60.42	64.82
6	53.2					
10	50.9	51.74	51.11	53.78	56.24	60.18

x	U S A					
	A)		B)		1939—41	1949—51
	1893—97	1900—02	1909—11			
0	46.61	50.70	53.24	65.89	70.96	
1	53.58	56.10	58.37	67.73	71.84	
2	54.79	56.93	58.94	67.07	71.00	
3	54.83	56.80	58.63	66.23	70.09	
4	54.62	56.36	58.08	65.34	69.15	
5	54.17	55.80	57.39	64.43	68.21	
10	50.70	51.94	53.31	59.73	63.38	

x	ニ ュ ー ジ ー ラ ン ド						
	1901—5	1911—15	1921—22	1931	1934—38	1950—52 C)	1950—52 D)
	0	60.55	63.48	65.43	67.88	68.45	72.43
1	63.97	65.59	67.03	68.64	69.46	72.90	59.08
2	63.71	65.11	66.44	67.89	68.76	72.05	59.03
3	63.06	64.39	65.72	67.04	67.91	71.12	58.26
4	62.32	63.57	64.90	66.18	67.01	70.18	57.45
5	61.53	62.72	64.05	65.30	66.10	69.23	56.61
10	57.13	58.26	59.50	60.67	61.45	64.37	52.05

A) Massachusetts, B) 1955年死亡登録州, C) 欧州人, D) マオリ.

x	オーストラリア			イスラエル ^{E)}	
	1901—10	1920—22	1932—34	1952	1953
0	58.84	63.31	67.14	69.8	70.50
1	62.89	<u>66.03</u>	<u>68.67</u>	<u>71.4</u>	<u>72.00</u>
2	<u>62.95</u>	65.86	68.12	70.9	71.29
3	<u>62.34</u>	65.21	67.34	70.0	70.44
4	61.60	64.44	66.50	69.1	69.56
5	60.80	63.64	65.64	68.2	68.65
10	56.39	59.20	61.02	63.5	63.78

x	バンコック	ブルガリア		ギリシャ		ポルトガル	
	1937—38	1899—1902	1925—28	1920	1926—30	1939—42	1949—52
0	43.30	40.33	46.64	46.49	50.89	52.82	60.50
1	53.52	46.07	53.73	51.33	55.09	59.23	65.64
2	54.70	48.39	56.26	54.15	57.27	61.41	<u>66.79</u>
3	<u>55.06</u>	49.37	<u>56.94</u>	55.34	<u>58.07</u>	<u>61.76</u>	66.69
4	54.91	49.98	56.92	<u>55.45</u>	58.02	61.47	66.10
5	54.53	<u>50.16</u>	56.55	55.15	57.69	60.91	65.36
10	51.01	48.08	53.20	51.95	54.48	56.86	60.97

x	スペイン	^{F)} コスタ・リカ	グアテマラ	^{F)} ブラジル		チリ	
	1930—31	1949—51	1939—41	1920	1949—51	1930	1940
0	51.94	55.72	37.09	37.43	55.96	37.7	39.8
1	57.23	60.66	42.36	45.26	60.35	48.0	49.4
2	58.96	<u>61.74</u>	46.16	47.71	<u>61.52</u>	52.2	52.7
3	<u>59.23</u>	61.64	48.37	<u>48.40</u>	61.33	<u>52.8</u>	<u>53.4</u>
4	58.91	61.12	<u>49.24</u>	48.27	60.71	52.5	53.1
5	58.36	60.47	<u>49.24</u>	47.85	59.98	51.9	52.5
10	54.46	56.28	46.35	44.28	55.54	48.1	48.5

x	アルゼンチン	エジプト	セイロン		ソ連	
	1947	1936—38	1920—22	1945—47	1896—97	1926—27
0	61.4	41.48	30.67	44.72	33.36	46.79
1	<u>65.7</u>	48.14	36.44	49.86	43.83	55.46
2	<u>65.7</u>	53.66	37.54	50.64	47.32	58.03
3	65.0	56.52	38.78	51.41	49.06	58.86
4	64.2	57.42	40.00	<u>51.90</u>	49.90	<u>58.96</u>
5	63.3	<u>58.33</u>	<u>40.62</u>	51.87	<u>50.30</u>	58.79
10	58.7	54.47	39.00	48.25	48.56	55.72

E) ニグヤ人, F) 男女総合.

x	イ ヨ ド			
	1891 — 1901	1901 — 11	1921 — 31	1941 — 50
0	23.96	23.31	26.56	31.66
1	31.26	31.49	33.48	37.30
2	33.21	33.42	35.60	39.52
3	34.31	34.58	36.48	40.54
4	34.88	35.19	<u>36.75</u>	40.89
5	<u>35.16</u>	<u>35.40</u>	36.61	<u>40.91</u>
10	33.86	33.74	33.61	39.45

表2. わが国幼児平均余命の推移 (女子)

(単位は年)

x	局 4 表	局 5 表	局 6 表	局 8 表	人簡 1 表
	大正10—14 1921 — 25	大正15—昭和5 1926 — 30	昭和10—11 1935 — 36	昭和 22 1947	昭和22—23 1947 — 48
0	43.20	46.54	49.63	53.96	55.32
1	49.42	52.10	54.07	57.40	58.32
2	50.86	53.37	55.02	58.30	<u>59.13</u>
3	<u>51.22</u>	<u>53.59</u>	<u>55.13</u>	<u>58.42</u>	59.04
4	51.12	53.43	54.89	58.06	58.63
5	50.71	53.00	54.40	57.45	58.00
10	47.00	49.18	50.47	53.31	53.81
x	人簡 2 表	同 3 表	同 4 表	同 5 表	局 9 表
	昭和23—24 1948 — 49	昭和24—25 1949 — 50	昭和25—26 1950 — 51	昭和26—27 *1951 — 52	昭和25—27 1950 — 52
0	59.33	59.61	61.09	63.23	62.73
1	61.83	62.23	<u>63.53</u>	<u>65.40</u>	<u>65.00</u>
2	<u>61.97</u>	<u>62.37</u>	63.42	65.18	64.76
3	61.60	62.01	63.02	64.76	64.33
4	61.01	61.43	62.47	64.19	63.76
5	60.30	60.73	61.75	63.48	63.06
10	55.93	56.36	57.20	59.03	58.60
x	人簡 6 表	同 7 表	同 8 表		
	昭和27—28 1952 — 53	昭和28—29 1953 — 54	昭和29—30 1954 — 55		
0	64.67	65.66	66.79		
1	<u>66.65</u>	<u>67.63</u>	<u>68.51</u>		
2	66.23	67.18	67.96		
3	65.70	66.60	67.32		
4	65.05	65.94	66.61		
5	64.27	65.18	65.83		
10	59.77	60.64	61.24		

図2. 日本の平均余命曲線の変化 (女子)

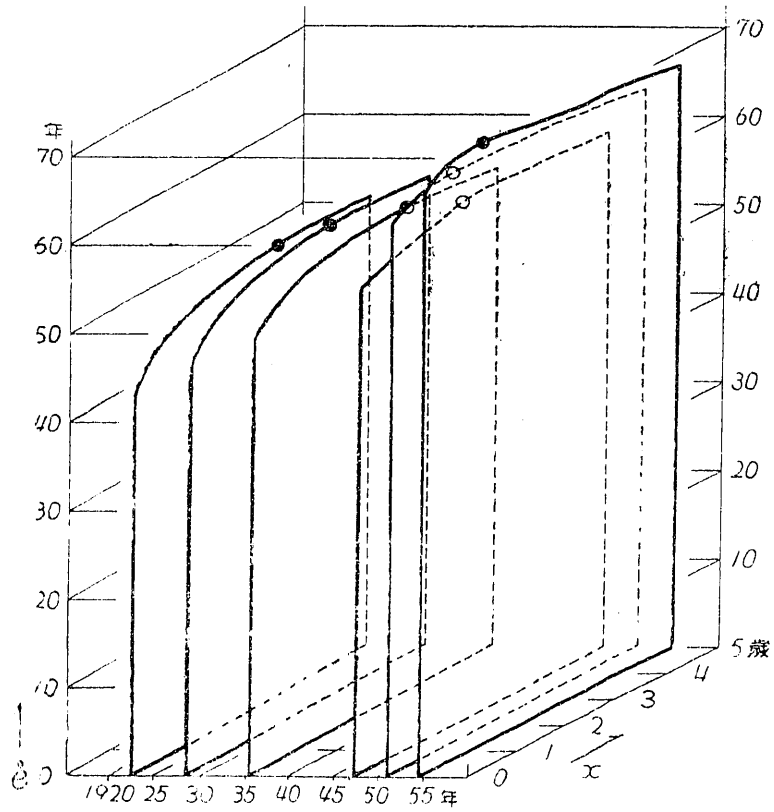


図3. イングランド=ウェイルスの平均余命曲線の変化 (女子)

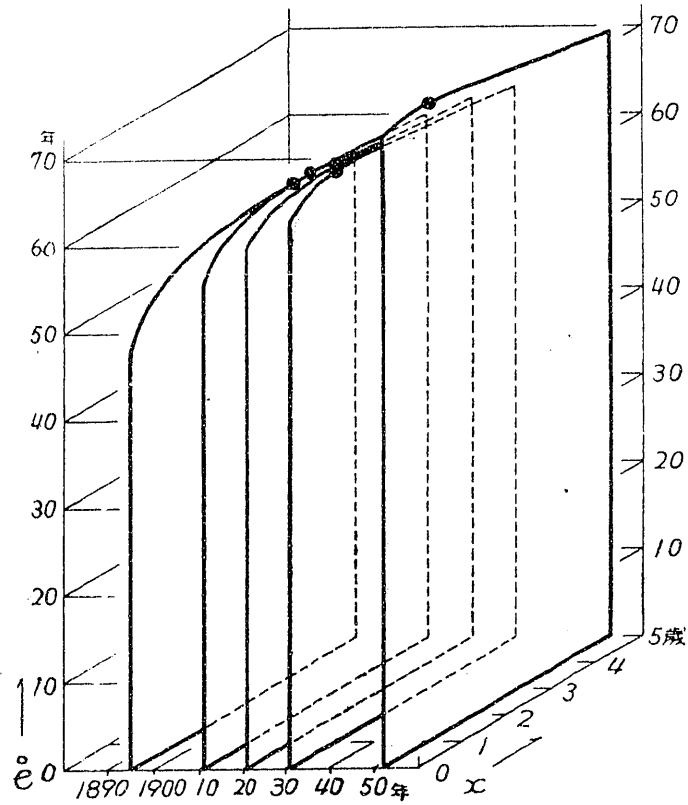
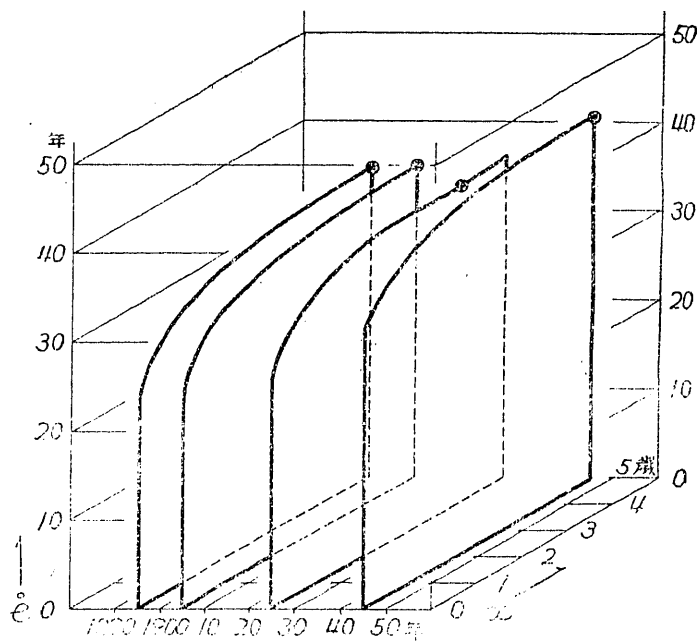


図4. インドの平均余命曲線の変化(女)



は、1歳型の文明国よりもその他の型の国に重点をおいてこれを選んだ。また、さらにその中から二三のものを選んで図示したものが図2以下である。

(2) 死亡率の改善にともなつて、ほとんど総ての国において、
4歳以後型 → 3歳型 → 2歳型
→ 1歳型

といった順序で、規則正しい型の移行がみられる。

また、4歳以後型の中でも、概ね、
6歳型 → 5歳型 → 4歳型
といった移行がみられるのではないかと推測される。表1の中では、フィンランドが、19世紀末、5歳にピークをもつ4歳以後型であつたが、20世紀の初頭では3歳にピークが飛躍してい

る。しかし、5歳のピークは余り顕著ではなく、 $\overset{\circ}{e}(5)$ の値は $\overset{\circ}{e}(4)$ の値と極めて接近している。また、19世紀末から20世紀初頭にかけてのブルガリアが5歳にピークをもつていたが、1925—28年には3歳型になつている。しかし、この場合には両者の間に時間の開きが大きいのでこの間に4歳型を経過したのかも知れない。

なおまた、インドにおいては、19世紀末から20世紀初頭にかけて5歳にピークがあつたが、1921—31年において4歳に移行し、最近においては、 $\overset{\circ}{e}(x)$ の値の全面的拡大にもかかわらず、そのピークは5歳に逆行している。最近、死亡率はやや改善されたが、4歳以後型を脱却し得ないで、依然として、この型の中で低迷しているといった印象である [→表1]。

(3) $\overset{\circ}{e}(x)$ 曲線のピークが2年齢にまたがつていることがある。すなわち、

$$\overset{\circ}{e}(x) = \overset{\circ}{e}(x+1)$$

といった例がある。表1のイタリア1901—11年、グアテマラ1939—41年およびアルゼンチン1941年がこれである。これだけで十分断定はできないが、こういう形が現われるのは、 $(x+1)$ 歳型から x 歳型への移行の過渡期においてであると考えられる。(2)で指摘した19世紀末のブルガリアはほとんどこの過渡期的な形であるといつてもよいであろう。

(4) わが国では、昭和22年 [1947年] の材料による厚生省の完全生命表以前は3歳型であつた。そのただ1つの例外は、内閣統計局第1回生命表 [明治24—同31年, 1891—1898年] が4歳型であるということである。昭和23年 [1948年] には2歳型に移行したとみられるが、昭和25年 [1950年] 以降、さらに、1歳型に転換した。戦後におけるわが国死亡率の改善は急速であつたが、 $\overset{\circ}{e}(x)$ の型の移行も戦後において特に急速着実である。3歳型から2歳型を経て1歳型への移行がわずかに約5年間で行われている [→表2]。イングランドおよびウェールズにおいては3歳型から2歳型を経て1歳型への推移に約30年間を費したとみられる。また、ドイツはこの間約25年を経過している [→表1]。

(5) イングランドおよびウェールズは19世紀末の3歳型から20世紀初頭において2歳型に移行し、1930年以降1歳型に転換している [→表1, 図2]. ドイツもほぼ同様の推移をみせているが、1924年以降1歳型に転換している. 表1に掲載したものは少ないが、ヨーロッパ文明国の多くはほとんど同様の推移をしている.

(6) (5)に対して、19世紀の終り頃、すでに2歳型で登場したものがある. 表1では、スウェーデンとフランスとオーストラリアである. スウェーデンは1911年に1歳型に転換しているが、フランスはこれよりも遅れて1928年に1歳型に移行している. オーストラリアは1920年に1歳型に転換した.

(7) かねて乳幼児死亡率の改善で有名なニュー・ジーランドは、さすがに、表1に現われている限り、20世紀の前半を通じて1歳型で終始している. しかし、そのピークは0歳に向つて引かれるようにみられる. $\dot{e}(0)$ と $\dot{e}(1)$ と $\dot{e}(2)$ との階差をとつて表示したものが表3である、1934—38年をただ1つの例外として、時間的に、 $\Delta\dot{e}(0)$ は明確な収縮傾向を現わし、反対に $\Delta\dot{e}(1)$ はマイナスに拡大傾向をみせている.

表3. ニュー・ジーランド幼児平均余命の階差

Δ	1901 — 5	1911 — 15	1921 — 22	1931	1934 — 38	1950 — 52
$\Delta\dot{e}(0)$	3.42	2.11	1.60	0.76	1.01	0.47
$\Delta\dot{e}(1)$	-0.26	-0.48	-0.59	-0.75	-0.70	-0.85

表1の材料による.

$$\Delta\dot{e}(0) = \dot{e}(1) - \dot{e}(0), \quad \Delta\dot{e}(1) = \dot{e}(2) - \dot{e}(1).$$

(8) 北ヨーロッパを別として、一般に、ヨーロッパ文明国は、1920—30年の間に2歳型から1歳型に転換したとみられる. 20世紀に入つて発展期に入つた近代公衆衛生運動の効果とみるも大過ないであろう.

(9) しかし、ヨーロッパでも、イベリア半島やバルカン半島等の国々は、近代化が遅れ、大体において、せいぜい、ポルトガル最近の2歳型である [→表1].

表4. 平均余命曲線の型と出生時の平均余命 (女子)

型	$\dot{e}(0)$	静止人口死亡率
A) 1歳型	60年以上	16.7%以上
B) 2歳型	55 ~ 60年	18.2 ~ 16.7%
C) 3歳型	45 ~ 55年	22.2 ~ 18.2%
D) 4歳以後型	45年未満	22.2%未満

$$\text{静止人口死亡率} = 1/\dot{e}(0)$$

(10) ラテン・アメリカの国々も大体(9)と同様の程度であるとみられる [→表1].

(11) アフリカと南部アジアの諸国は、第2次戦後、死亡率の急速な改善の兆候をみせているが、まだ $\dot{e}(x)$ 曲線は最も遅れた型に低迷している. ただ、イスラエルのユダヤ人人口最近の型が最も進んだ型を示していることが注意をひく [→表1].

(12) $\dot{e}(x)$ 曲線の型と出生時の平均余命とが特定の関係をもつべきであることはいうまでもない. 若干の例外はあるが、その関係は、時間的にみても、地域的にみても、おおよそ上の表4のごとくである. ただし、これ等は女子人口についてである. なお図5はこの関係の考察にいくらか役立つであろう.

3) 縮 穂: “人口と近代的公衆衛生との基本的関係” 一人口問題研究, 第1巻第4号, 昭和27年3月 pp. 13fg.

(13) なお、平均余命曲線のピーク的位置について、次のような関係が見出される。ここでは理論上の関係について一言するにとどめ、計算的材料を付けて別の機会に詳論したいと思う。

$$\overset{\circ}{e}(x) = \frac{\int_x^{\omega} l(x) dx}{l(x)}$$

を x について微分すると、

$$\frac{d}{dx} \frac{\int_x^{\omega} l(x) dx}{l(x)} = \frac{\frac{d}{dx} \int_x^{\omega} l(x) dx \cdot l(x) - \frac{dl(x)}{dx} \int_x^{\omega} l(x) dx}{l^2(x)}$$

ところが、

$$\frac{d}{dx} \int_x^{\omega} l(x) dx = -l(x)$$

ゆえに、

$$\frac{d}{dx} \overset{\circ}{e}(x) = \frac{-l^2(x) - \frac{dl(x)}{dx} \int_x^{\omega} l(x) dx}{l^2(x)}$$

$\overset{\circ}{e}(x)$ が極値をとるとすれば、

$$\frac{d}{dx} \overset{\circ}{e}(x) = 0$$

すなわち、

$$l^2(x) + \frac{dl(x)}{dx} \int_x^{\omega} l(x) dx = 0$$

図5. 平均余命曲線の型の例 (女子)

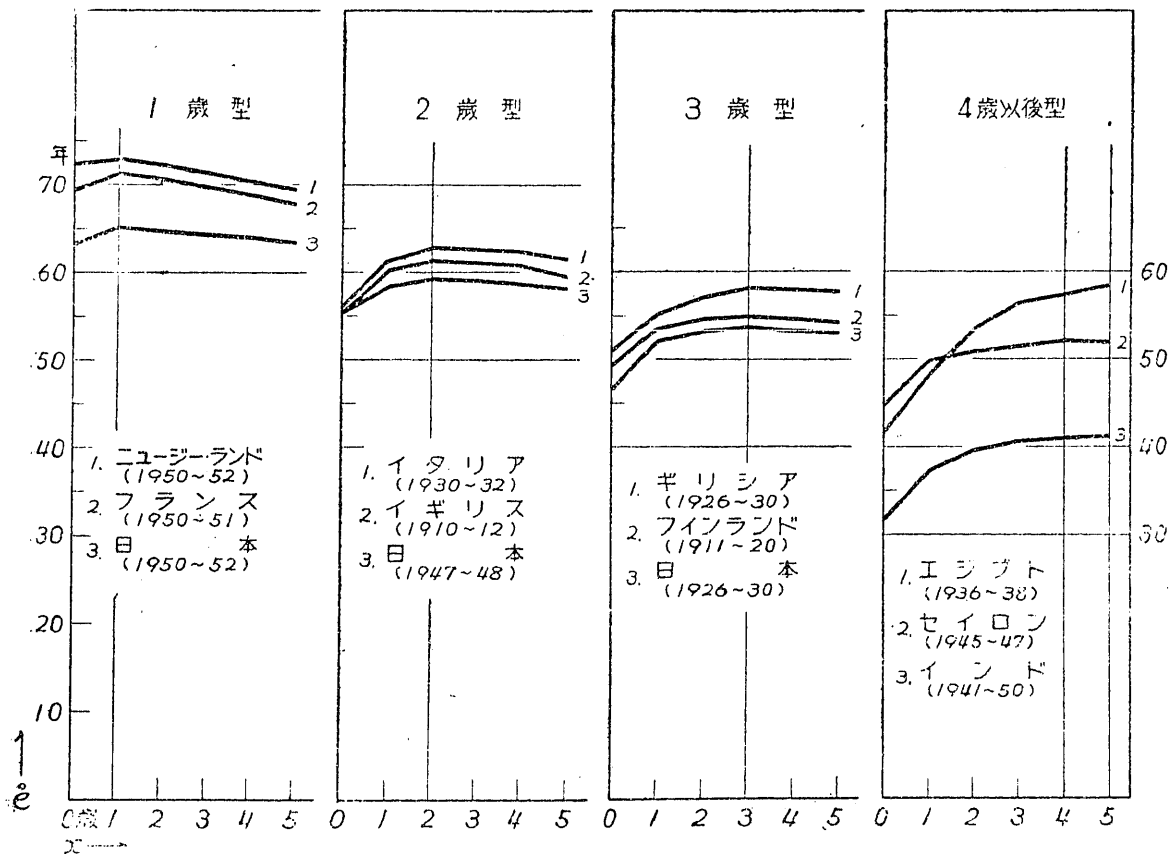
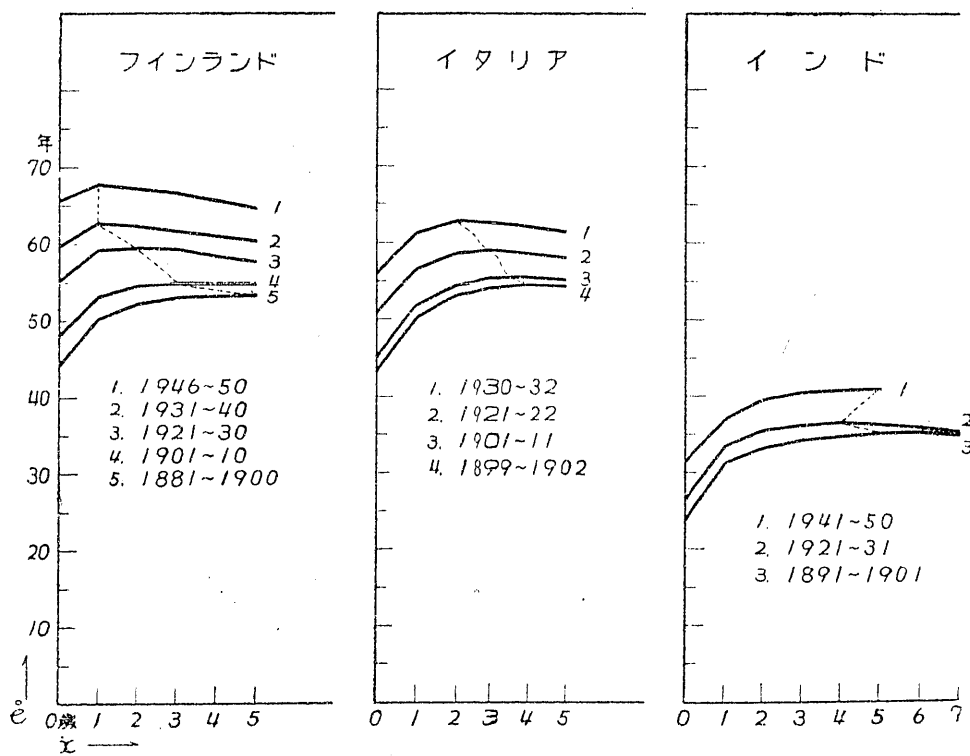
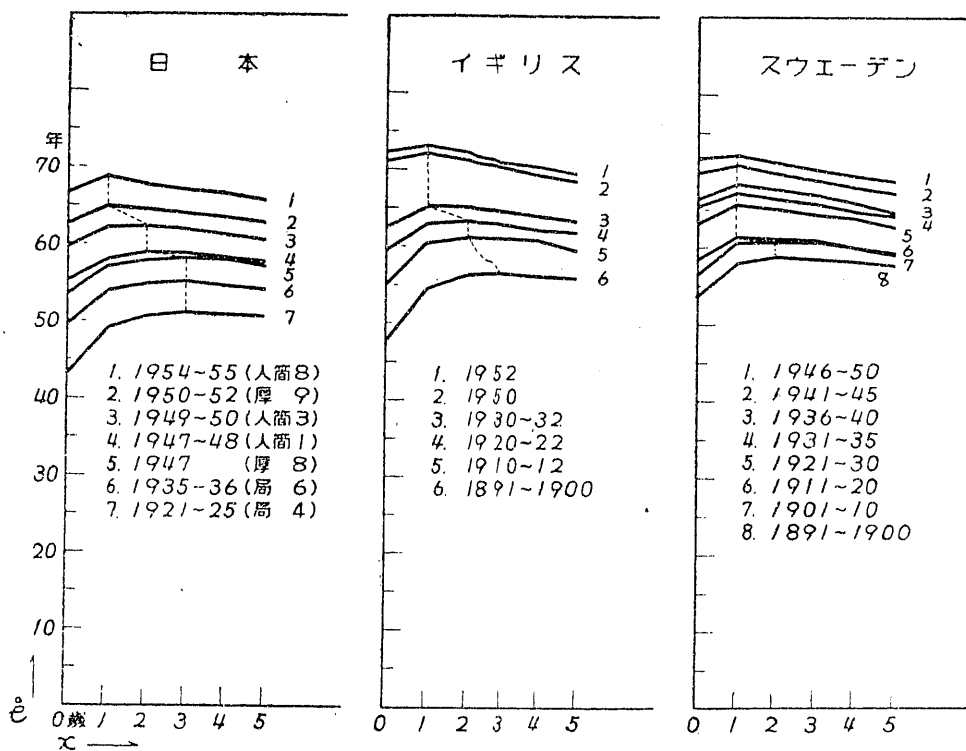


図6. 二三の国の平均余命曲線の型の推移 (女子)



$$l(x) + \frac{dl(x)}{dx} \cdot \frac{\int_x^{\infty} l(x) dx}{l(x)} = 0$$

$$l(x) + \frac{dl(x)}{dx} \cdot e(x) = 0$$

したがって、

$$\frac{1}{e(x)} = - \frac{1}{l(x)} \cdot \frac{dl(x)}{dx} = \mu(x)$$

$$\frac{1}{e(x)} = \mu(x)$$

すなわち、平均余命曲線がピークに達する年齢は、平均余命逆数曲線と $\mu(x)$ 曲線との交点の位置であるということである。

(14) ちなみに、古代人口について作られた生命表においては、往往にして、平均余命曲線は0歳から直線的に下降し、ピークを認め得ないものがある。⁴⁾ 例えば、W. R. Macdonell が作った古代ローマの住民の $e(x)$ についても、女子においては0歳から直線的に下降し、男子においては必ずかにピークがあるように見えるが非常に不明確である。⁵⁾ 古代ローマの2つの地方、Hispania と Lusitania の $e(x)$ においては男女とも全く直線下降であり、アフリカへの移住者のそれについても全く同様である。⁷⁾ ただ、K. Pearson が作った古代エジプトの $e(x)$ においては4~5歳にピークが現われているが、推量的補整の結果であるとみられる。一般に、古代人口の $e(x)$ の幼児期にピークが現われていないのは、資料の不足不備、特に乳幼児のそれによると推定される。⁹⁾ 発掘した骨によつて死亡者の年齢を推定し、これに基いて生命表を作成する場合、特にそうである。

この稿は、課題についての最も端緒的な研究に過ぎないのであつて、すでに一言したように幾多の課題を残している。これ等は今後の研究にまつこととし、ただ1つの課題を提示したことによつてこの稿はこれに満足するのほかはない。

おわりに、資料をお借りした中川友長博士、常に数理的な取扱いにおいて指導や助言を得ている総理府統計職員養成所後藤憲章理学士と大阪市立大学医学部篠崎吉郎理学士に厚く感謝しなければならない。ことに、この稿3の(9)は篠崎理学士の協力によること多大である。なお、この稿の資料の集取および作図を担当された本研究所上田正夫企画科長、山口喜一技官ならびに高安弘氏に深く感謝の意を表する [昭和31年4月18日、26日]。

4) 小林和正：古代人寿命に関する研究の概要，厚生省人口問題研究所研究報告会資料，昭和31年5月30日。

5) W. R. Macdonell: "On the expectation of life in ancient Rome and in the provinces of Hispania and Lusitania and Africa."—*Biometrika*, Vol. 19, 1913, p. 370, Fig. 1.

6) W. R. Macdonell: *ibid.*, p. 373, Fig. 2.

7) W. R. Macdonell: *ibid.*, p. 376, Fig. 3.

8) Karl Pearson: "On the change in expectation of life in man during a period of circa 2000 years."—*Biometrika*, Vol. 1, 1901/2, p. 213.

9) *e. g.*

Marcus S. Goldstein: "Some vital statistics based on skeletal material."—*Human Biology*, Vol. 25, No. 1, Feb., 1953, pp. 3—12.