分子的人口構造論にもとづく分子構造変動モデル

—世帯・家族の構成員はたがいにどのような人口学的関係をもっているか—*

廣　嶋　清　志

I　序　論

1.　本稿の課題

世帯，家族のように2人以上の人からなる集団を単位とする人口学的観察は，個人を単位とする観察＝原子的原理による観察と対比して，分子的原理による観察といわれる．[1]原子的観察では，性別人口と年齢別人口の構造が人口学的基本構造とされているが，分子的観察においてはこれに相当するものはどんなものになるだろうか．また，出生や死亡によって人口構造が変化するように，分子的観察においては，出生，死亡などの影響はどのように表現されるだろうか．本稿は，世帯，家族のような複数の人からなる集団を単位にする分子的原理の人口学的基本構造を検討し，またそれにもとづく分子の変動を再現するモデルを提示するものである．

なお，ここでいう分子とは二人以上からなる集団ということだけが要件とされるが，この集団とは相互に人口学的関係（＝人口学的な分析にとって意味のある関係）をもっている個人の集まりのことで，現実に集団をなして生活しているといったような実質的なことを問題にするわけではない．たとえば，同居，別居に関わりなく，母と子によって作られる集団を分子として考えることもできる．これは母と子の関係を持つ人々をとらえて一つの分子とするものである．

2.　分子的人口構造

原子的観察による人口構造，つまり原子的構造とは人口学的属性，x，y，z,…，たとえば，性，年齢，配偶関係，…別の人口，P（x, y, z,…）を表示するものであるといえる．これに対して，分子的構造とは分子（たとえば，世帯）を単位として分子の属性，u，v，w,…，（たとえば，世帯主の年齢，世帯規模，世帯の家族構成など）別の分子の数（つまり，世帯数），M（u, v, w,…）を表示するものとされている．[2]しかし，このような「構造」は人口を表示していない以上，人口構造ということはできない．つまり，これは実は分子的人口構造ではないというべきであろう．このような「分子的

＊本研究はマクロ・シミュレーションによる世帯推計のための基礎研究として行われたものである．

1）舘　稔，『形式人口学—人口現象の分析方法』，古今書院，1960年，p. 248.

2）舘　稔，前掲（注1），『形式人口学』，p.471.

構造」のもつ欠点はいうまでもなく，分子を構成する人についての人口学的属性，つまり分子の人口学的な内部構造を示さないことで，その結果，分子の構造に関する人口学的な分析が十分行えないことである．

そこで，原子的人口構造にならって分子的人口構造をどのように定義すべきかを考えてみると，分子を構成する人からなる人口をその人口学的属性，x，y，z,…などとともに分子的属性 u，v，w,…別に表示すること，つまり $P(x, y, z, \cdots, u, v, w, \cdots)$ を表示するものであるとすることができる．すなわち，この人口 P はさきに挙げた x，y，z などのいわば原子的属性とともに，u，v，w などの分子的属性をもつ．つまり，分子そのものに関する属性は，すべてその分子に属する人自身の属性になりうるのである．たとえば，世帯主年齢という属性は世帯の属性であるとともに世帯に属する個人の属性でもある．

個人に関する分子的属性にはこのように分子全体に共通するものの他に，分子内のある個人と他の個人との関係によって定義されるものがある．その中で最も重要なものとして，本人の属性としての「同一分子に属する他人の属性」あるいは，「本人の属性と他人の属性が結合した属性」がある．この属性によって定義される人口構造はたとえば，夫婦という分子を考えた場合，夫の年齢によって区分された妻の人口，あるいは母と子という分子を考えた場合，母親の配偶関係によって区分された子の人口といったものが考えられる．これらはある人がある属性の他の人と共に同一の分子に属することを示している．したがって，これらを同一分子への所属，つまり「共属性」を示す人口構造と仮に呼んでおこう．

この共属性の中で人口学的な観点からみてもっとも基本的なものは，「同一分子内のある人の年齢と他の人の年齢との関係」というもので，これを「年齢関係」と呼ぶことにする．年齢関係別人口構造とは，ある時点においてある人口に含まれるある型の分子すべてについての年齢関係を示すもので，たとえば，妻の年齢別夫の年齢別妻の人口，子の年齢別母の年齢別子の人口，世帯員の年齢別世帯主の年齢別世帯員の人口などである．これらを原子的原理の人口学的基本構造にならって，「分子的原理の人口学的基本構造」ということができよう．ただし，これは種々の分子の定義の下にそれぞれ異なるものがつくられる．また，年齢関係別人口構造のことを簡単に分子的年齢構造または分子の年齢構造といい，たとえば，「世帯の年齢構造」，「家族の年齢構造」といってよいだろう．

なお，分子内の個人間の関係によって定義される，個人に関する分子的属性には他に，世帯主との続き柄，母か子か，夫か妻かなどの定性的属性や，きょうだい数，子供数のような定量的属性がある．

分子的な人口分析にとって重要なのは分子の内部構造をこのように分子に属する個人に対する属性として扱うところにある．

3．分子的年齢構造の意義

分子的人口構造によって，ある属性の人がどんな属性の人と同じ分子に属するかを知ることができる．その中で最も基本的な年齢関係を示す分子的年齢構造は，ある年齢の人がどんな年齢の人と同一分子にあるかを示している．

このような年齢関係を示す分子的人口構造がどういう目的に使えるかを検討してみよう．その利用目的は(1)記述，(2)人口行動の説明要因，(3)分子的人口モデルへの応用の3つに大別できる．この分類にそって過去の分子的年齢構造に関する研究を整理してみよう．

(1) 記述目的

分子の年齢関係構造は従来あまり関心をもたれてこなかったので，センサスで必ずしも調査されたり，集計されたりするとはかぎらない．そこで，人口動態統計などをもとにしてそれを再構成することができるならば，それだけでいくつかの重要な知見を得ることができる．

母親と子の年齢関係構造を再構成し，それを基にして扶養負担を示す指標を計算した Mason and Martin の仕事がこのタイプに属する．ただし，かれらが再構成したのは現実の親子の年齢関係ではなく，仮想的なそれである．(Ⅱ 2．(1) 2) 参照）[3]

さらに，あらゆる家族関係の年齢構造を夫婦のそれと親子のそれによって生成することができるはずである．なぜなら，すべての家族関係は，もっとも基本的な家族関係である夫婦関係と親子関係に還元されうるからである．たとえば，祖父母と孫の関係は親の子の子の関係，おい・めいとおじ・おばの関係は子の親の親の子の関係によって表わされる．[4] ただし，ここで扱う家族関係とはいうまでもなく，その年齢関係すなわち，家族員それぞれの年齢の間の関係，いわば人口学的家族関係である．これをここでは単に「家族関係」と称することがある．

(2) 人口行動要因としての分子的年齢構造

分子的年齢構造が人口移動や家族間の同居などの人口行動を規定する一つの人口学的要因であることは容易に推察できる．たとえば，親からみてその世帯から出て移動している子の数は生存している自分の子の数以下であるし，子と同居しようとする親は少なくとも一人の子が生きていなければ，同居できないからである．

IUSSP の国際人口移動の研究グループはこのような観点から，センサスによる子と母の生存・死亡の情報をもとにして得られた出生率・死亡率によって母と子の年齢関係を再現し，年齢別移動人口を推定した．[5]

また，筆者は親と子の同居のこうした人口学的制約を同居可能率として表わしたことがある．そこでは，親と子の年齢関係は30歳離れた二つの5歳階級コーホートとして簡略に表わされる一方，親の人口と子の人口の大きさは同居可能率を表わす一連の数式によって関係づけられた．[6] 本研究では，親と子の年齢関係はこのように単純化されることなくそのまま表現される．その意味で，本研究はこの論文のモデルの拡張ということができる．

---

3) Andrew Mason and Linda G.Martin,"Intergenerational Differences in Income:An Analysis of Japan", *Population and Development Review*, A Supplement to Vol.8, 1982, pp. 179 − 191.

4) したがって，あらゆる家族関係を表す行列は，夫婦関係を表す行列と親子関係を表す行列との演算で表しうる．ただし，このような目的のための行列の定義は，ある範囲の死亡したものも含む必要があるので，あとで示すものとは若干異なるはずである．その一例としてⅡ 3.(3) できょうだい行列の母子行列による導出法を示す．

5) Working group on the Methodology for the Study of International Migration, *Indirect Procedures for Estimating Emigration*, IUSSP Papers, No.18, 1981.

Jorge L. Somoza et al., "Barbados Experimental Migration Survey:Method and Results", *Newsletter*, №20, IUSSP, 1984, pp. 33 − 124.

6) 廣嶋清志，「戦後日本における親と子の同居率の形式人口学的分析モデル」，『人口問題研究』，第167号，1983年7月，pp.18−31.

同，「戦後日本における親と子の同居率の人口学的実証分析」，『人口問題研究』，第169号，1984年1月，pp.31-42.

(3) 分子的人口モデルへの応用

1）分子構造変動のモデル化

分子がどのような構成員によって構成されているかを分子の構造と呼ぶ（たとえば，世帯の構造）．分子の構造の変動の観察はもっとも普通には分子を単位として直接観察されてきた．このため，分子の構造はその構成員に生ずる人口事象，つまり出生，死亡，結婚，離婚，その他の（すなわち，結婚や離婚にともなう以外の）同居・別居行動[7]によって変化することは自明であるにもかかわらず，ある人口における世帯や家族の構造と人口事象とを定量的に関連づけること，すなわち，「ある人口において，ある期間にこれらの人口事象が生じたとき，その人口における世帯や家族の構造はどのように変化するか」を明らかにするような人口学的分析の試みは今までほとんど行われてこなかった．したがってたとえば，単身世帯の増加がどのような人口学的要因によってもたらされたかを知ることができない．

その理由は，一つには上に挙げた結婚以下の人口事象にともなうあるいは独立した同居・別居行動の実態が十分把握されていないことであるが，それ以上に分析方法において，世帯や家族の成員に生じた事象を世帯の変動へとどのように統合するかという問題が解決されていないことにあった，世帯や家族を単位として観察される世帯や家族の変動と，個人を単位として観察される人口事象との両者をつなぐ方法が必要なのである．

さて，**2.** で述べたように，もし世帯や家族の状態を各人の世帯属性，家族属性として表わすとすると，ある人口に含まれる世帯，家族の状態はその人口に属する各人の世帯属性，家族属性の集計結果として表現される．さらに，人口事象による世帯構造，家族構造の変化は，世帯や家族の構成員に生じた事象を世帯の変動へとどのように統合するかという問題が解決されていないことにあった．世帯やであるとみなすことができる．たとえば，ある男の死亡は，その妻に寡婦という属性をもたらし，その子に自分の母親が寡婦であるという属性をもたらす．また，その男と同居していた全世帯員にその世帯規模の属性を n から $n-1$ とする．

このような波及現象は，人口事象の生じた人とその他の人が同じ世帯，家族に属しているということから生じている．したがって，こうした波及現象は同一の世帯，家族に所属することを示す分子的年齢構造を用いてモデル化することができるのである．このモデルを用いて分子構造の変動を記述し，推計に用いることもできる．本稿はこれを中心テーマとし，次章Ⅱで説明する．

2）人口推計・世帯推計への応用

分子的年齢構造はある人口のある時点のいわば断面を示すもので，時間の経過とともに人口事象の発生によってその断面は変化していく．したがって，新たな時点の断面は別個に再現すべきものであろう．

しかし，今，分子的年齢関係がある期間安定的であると仮定できるなら，これを用いて世帯推計を行うことができる．Akkerman は世帯主と世帯員との年齢関係を示す世帯構成行列（household composition matrix）を提案し，その構造が保持されると仮定することによりあらたに 0 － 4 歳人口を発生させ（これを household fertility と呼んでいる），死亡率を掛けて人口と世帯数を同時に推計する方法を提案した．[8]

7）同居行動，別居行動は動態事象であって，状態としての同居状態，別居状態と区別される．(注6文献，p.19.) なお，同居・別居行動と家族変動とがどのように関わるかは家族の定義に関係する．家族を同居・別居状態とまったく関係ないものとすれば，同居・別居行動は家族の変動をもたらさない．

8）ここで用いられた household composition matrix は後に述べる行列 $\boldsymbol{D}$ に相当する（注14参照）．
Abraham Akkerman, "On the Relationship between Household Composition and Population Age Distribution," *Population Studies*, 34－3, Nov., 1980, pp.525－534.

人口問題研究（第 173 号）正誤表

頁	行 目	誤	正
42	上から 19～21行目	さらに，人口事象による世帯構造，家族構造の変化は，世帯や家族の構成員に生じた事象を世帯の変動へとどのように統合するかという問題が解決されていないことにあった．世帯やであるとみなすことができる．	さらに，人口事象による世帯構造，家族構造の変化は，世帯や家族の構成員に生じた人口事象の結果，世帯構造，家族構造が変化し，この変化が他の世帯員，家族員に波及する過程であるとみなすことができる．
59	下から 1行目（脚 注）	20）前者をC，後者をnで表わし，$C \geqq n$であることを示した．注6の文献 p. 26.	20）前者を$\overline{C}$，後者を$\overline{n}$で表わし，$\overline{C} \geqq \overline{n}$であることを示した．注6の文献 p. 26.

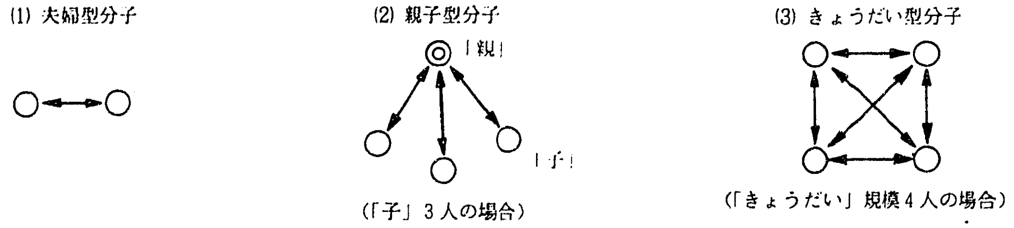
しかし，本研究ではこのような推計法は用いず，1）の分子構造変動モデルとしての応用に力点を置く．それが分子的人口構造の性質をもっともよく表わしており，もっと動的な推計法にもつながるからである．

なお，分子的人口構造を人口動態統計などによって再現する方法は最後にⅢで述べる．

Ⅱ　分子的年齢構造の表現法とその分子構造変動モデルへの応用

分子的年齢構造を表現するには少なくとも二者の年齢の組み合わせの形をとる．そのため，その表現形式は少なくとも2次元の数列，つまり行列となる．[9]

図1　分子構造の三類型



年齢関係以外のもう一つの基本的属性は分子の構成員の数である．そこで，分子を分子内の人の間の関係の種類によって区分すると，さしあたりつぎの三つに類型化されよう（図1参照）．

(1)一人と一人からのみなる分子，たとえば，一夫一婦制の夫婦，父と長男，母と第一子など．

(2)一人と複数の人からなる分子，たとえば，母と子，世帯主と世帯員，長子ときょうだいなど．

(3)複数の人の対等な関係からなる分子，たとえば，きょうだい，世帯員など．

これらをそれぞれ，「一対一型分子」または「夫婦型分子」，「一対複型分子」または「親子型分子」，「複対複型分子」または「きょうだい型分子」と呼ぶこととする．

(1)の夫婦型分子では年齢関係だけを扱えばよいが，(2)の親子型分子では子の数や世帯員数，(3)のきょうだい型分子ではきょうだい規模や世帯規模など分子の構成員数をも表現する必要がある．

以下，順次これらの表現法とその性質を考察し，その分子構造変動モデルへの応用法を検討しよう．

1．夫婦型分子

(1)　夫婦型分子の表現

1）夫婦型分子の行列の定義

まず，もっとも単純な一対一の構造をもつ分子，夫婦型分子をとりあげる．説明の便宜のためもあり，分子として具体的には夫婦を取り上げて考察する．

$c\,(x,\ y)$ をある時点におけるある人口内の妻 x 歳，夫 y 歳である夫婦の頻度を表わす関数であるとすると，妻が x 歳から $x+5$ 歳，夫が y 歳から $y+5$ 歳の夫婦の組数は次のように表わされる．

9）年齢だけでなく，必要に応じて，性，配偶関係，地域などの属性による区分を加えても，その基本的な扱いは変わらない．

$$\int_{y}^{y+5}\int_{x}^{x+5} c(x,\ y)\ dxdy$$

これを c_{ij} と表わすと，その人口に含まれるあらゆる夫婦の年齢関係を示す行列，すなわち夫婦行列 $\boldsymbol{C}$ はこれを要素としてつぎのように表わされる．

$$\boldsymbol{C}=[c_{ij}]=\begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots\cdots & c_{1j} & \cdots\cdots & c_{1n} \\ c_{21} & & & \vdots & & \vdots \\ \vdots & & & \vdots & & \vdots \\ c_{i1} & \cdots\cdots & \cdots & c_{ij} & \cdots\cdots & c_{in} \\ \vdots & & & \vdots & & \vdots \\ c_{n1} & \cdots\cdots & \cdots & c_{nj} & \cdots\cdots & c_{nn} \end{bmatrix}$$

ここで i は妻の年齢階級，j は夫の年齢階級を示す．年齢階級はここでは5歳階級をとったが，任意である．

c_{ij} の縦計，すなわち，$\sum_i c_{ij}$ あるいは $c_{\cdot j}$ は年齢階級 j の夫の人口を示す．すなわち，

$$c_{\cdot j}=\int_{y}^{y+5}\int_{0}^{\omega} c(x,\ y)\ dxdy$$

ベクトル　$[c_{\cdot j}]=[c_{\cdot 1},\cdots,\ c_{\cdot j},\cdots,\ c_{\cdot n}]$ は年齢階級別夫一人口を示す夫一人口ベクトルと呼ぶことができる．

同様に，c_{ij} の横計，すなわち $\sum_j c_{ij}$ あるいは $c_{i\cdot}$ は年齢階級 i の妻の人口を示す．

すなわち，

$$c_{i\cdot}=\int_{x}^{x+5}\int_{0}^{\omega} c(x,\ y)\ dydx$$

ベクトル $[c_{i\cdot}]=[c_{1\cdot},\cdots\cdots,c_{i\cdot},\cdots\cdots,c_{n\cdot}]$ は年齢階級別妻人口を示す妻人口ベクトルと呼ぶことができる．なお，以後ベクトルは行列演算の必要に応じて適宜縦ベクトルまたは横ベクトルとみなされる．また，y 歳の夫の人口は $\int_0^{\omega} c(x,\ y)\ dx$ で示され，x 歳の妻の人口は $\int_0^{\omega} c(x,y)dy$ で示される．

2）夫婦型分子の変換行列の定義

今，この年齢別人口の間の変換や，このベクトル $[c_{\cdot j}]$ とベクトル $[c_{i\cdot}]$ 間の変換を考えてみよう．

夫婦組数を表わす関数 $\boldsymbol{c}\,(\boldsymbol{x},\ \boldsymbol{y})$ または夫婦行列 $\boldsymbol{C}$ をもとにして，夫と妻の年齢関係を示す二種類の確率関数または確率行列を定義することができる．

すなわち，年齢 y 歳の夫が x 歳の妻をもつ確率を表わす関数を夫一妻密度関数と呼び，これは次のように定義する．

$$a(x,\ y)=c(x,\ y)\Big/\int_0^{\omega} c(x,\ y)\ dx$$

これをもちいて，y 歳の夫の人口 $\int_0^{\omega} c(x,\ y)\ dx$ は，つぎのように x 歳の妻の人口 $\int_0^{\omega} c(x,\ y)dy$ に変換される．

$$\int_0^{\omega}\left\{\int_0^{\omega} c(x,\ y)\ dx\quad a(x,\ y)\right\} dy=\int_0^{\omega} c(x,\ y)\ dy$$

また，年齢階級 j の夫が年齢階級 i の妻をもつ確率 $\boldsymbol{A}$ は，つぎのように定義される．

$$\boldsymbol{A}=[a_{ij}]=[c_{ij}/c_{\cdot j}]=\begin{bmatrix} c_{11}/c_{\cdot 1} & \cdots\cdots & c_{1j}/c_{\cdot j} & \cdots\cdots & c_{1n}/c_{\cdot n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ c_{i1}/c_{\cdot 1} & \cdots\cdots & c_{ij}/c_{\cdot j} & \cdots\cdots & c_{in}/c_{\cdot n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ c_{n1}/c_{\cdot 1} & \cdots\cdots & c_{nj}/c_{\cdot j} & \cdots\cdots & c_{nn}/c_{\cdot n} \end{bmatrix}$$

この行列$\boldsymbol{A}$は夫の人口ベクトルを妻の人口ベクトルに変換する機能をもっているので，夫－妻変換行列と呼ぶことができる．すなわち，$\boldsymbol{A}[c_{\cdot j}]=[c_{i\cdot}]$ である（ベクトルは縦ベクトル）．なぜなら，$\sum_{i}(c_{ij}/c_{\cdot j})c_{\cdot j}=c_{i\cdot}$ だからである．

同様にして，年齢 x 歳の妻が年齢 y 歳の夫をもつ確率をあらわす妻－夫密度関数をつぎのように定義する．

$$b(x,\ y)=c(x,\ y)\Big/\int_{0}^{\omega}c(x,\ y)\,dy,$$

また，妻－夫変換行列$\boldsymbol{B}$は，つぎのように定義される．

$$\boldsymbol{B}=[b_{ij}]=[c_{ij}/c_{i\cdot}]=\begin{bmatrix} c_{11}/c_{1\cdot} & \cdots\cdots & c_{1j}/c_{1\cdot} & \cdots\cdots & c_{1n}/c_{1\cdot} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ c_{i1}/c_{i\cdot} & \cdots\cdots & c_{ij}/c_{i\cdot} & \cdots\cdots & c_{in}/c_{i\cdot} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ c_{n1}/c_{n\cdot} & \cdots\cdots & c_{nj}/c_{n\cdot} & \cdots\cdots & c_{nn}/c_{n\cdot} \end{bmatrix}$$

この妻－夫変換行列　に関して，$[c_{i\cdot}]\boldsymbol{B}=[c_{\cdot j}]$ であることはいうまでもない．

（$\because\sum_{i}c_{i\cdot}(c_{ij}/c_{i\cdot})=c_{\cdot j}$）ただし，このベクトルは横ベクトルである．

3）変換行列の本質

さて，この$\boldsymbol{A}$や$\boldsymbol{B}$は原子的人口構造における年齢構造係数（＝年齢構成比）$c(x)=P(x)/P$［$P(x)$は年齢xの人口，Pは総人口］に相当するものであるといえる．実際，$c(x)$ は総人口Pを $P(x)$に変換する機能をもっているのに対し，たとえば$\boldsymbol{A}$は夫の年齢別人口＝夫の年齢別妻の総人口を妻の年齢別人口に変換するのである．この意味で，$\boldsymbol{A}$や$\boldsymbol{B}$を年齢構造係数行列または分子的年齢構造係数といってもよい．これは後で定義する$\boldsymbol{D}$以下の変換行列についても同様である．

なお，変換行列は産業連関論のレオンティエフ・モデルの投入係数にあたる．

(2) 夫婦型分子の分子構造変動モデル

1）部分人口の年齢構造の推定

ここで，上のような密度関数と変換行列のはたらきを利用することを考えてみよう．[10]

今，ある事象を経験した年齢 y 歳の夫の人口を $t(y)$ とし，その事象を経験した夫のいる夫婦の頻度を表わす関数を $q(x,\ y)$ とすると，（x は妻の年齢），

$$t(y)=\int_{0}^{\omega}q(x,\ y)\,dx$$

であり，その事象を経験した夫をもつ x 歳の妻の人口 $s(x)$ は，つぎのように表わされる．

$$s(x)=\int_0^{\omega} q(x,y)dy$$

ここで，この $q(x, y)$ が全人口における $c(x, y)$ と同様な夫－妻密度関数 $a(x, y)$ をもつものと仮定，つまり，

$$\frac{q(x,y)}{\int_0^{\omega} q(x,y)dx}=\frac{c(x,y)}{\int_0^{\omega} c(x,y)dx}$$

と仮定すると，$q(x, y)$ は $t(y)\ a(x,y)$ とすることができるので，$s(x)$ はつぎのように表わされる．

$$s(x)=\int_0^{\omega} t(y)\,a(x,y)dy$$

この推定における仮定は，ある事象を経験した妻を含む夫婦からなるような部分人口における夫婦の年齢関係（この場合 $a(x, y)$ で表わされるような夫からみた年齢関係）が全夫婦からなる人口の年齢関係と全く等しいというものである．この仮定を「同質部分人口の仮定」と呼ぶことができる．

この仮定はその事象の発生と年齢関係とが独立であるといってもよい．

一方，事象を経験した夫の年齢別人口を示すベクトルを $\boldsymbol{t}=[t_j]$，その妻の年齢別人口のベクトルを $\boldsymbol{s}=[s_i]$ で表わし，同様に $\boldsymbol{t}$ および $\boldsymbol{s}$ を周辺分布とする行列 $\boldsymbol{C}'=[c'_{ij}]$ が全夫婦の行列 $\boldsymbol{C}$ と同じ変換行列 $\boldsymbol{A}$ をもつ，つまり，$c'_{ij}/c'_{.j}=c_{ij}/c_{.j}=a_{ij}$ とすると，　$s_i=\sum_j(c'_{ij}/c'_{.j})\ t_j$ $=\sum_j(c_{ij}/c_{.j})t_j=\sum_j a_{ij}\,t_j$ であり，したがって，　$\boldsymbol{s}=\boldsymbol{A}\boldsymbol{t}$　　（a）

この（a）式は，夫－人口ベクトル $[c_{.j}]$ の中に含まれる任意の部分人口ベクトル $\boldsymbol{t}$ が与えられた場合，その妻の人口ベクトル $\boldsymbol{s}$ を全夫婦における夫－人口ベクトル $[c_{.j}]$ と妻人口ベクトル $[c_{i.}]$ との間の関係 $\boldsymbol{A}=[a_{ij}]$ を用いて推定することができることを意味する．

全く同様にして，今，ある事象を経験した年齢 x 歳の妻の人口を $s(x)$ とし，その事象を経験した妻のいる夫婦の頻度を表わす関数を $r(x, y)$ とすると（y は夫の年齢），

$$s(x)=\int_0^{\omega} r(x,y)dy$$

であり，その事象を経験した妻をもつ y 歳の夫の人口 $t(y)$ は，つぎのように表わされる．

$$t(y)=\int_0^{\omega} r(x,y)dx$$

ここで，この $r(x, y)$ が全人口における $c(x, y)$ と同様な妻－夫密度関数 $b(x, y)$ をもつものと仮定すると，$r(x, y)$ は $s(x)\ b(x, y)$ であるものとすることができるので，$t(y)$ はつぎの

10) このような変換の問題は夫婦を分子として扱う「結婚の生命表」の研究においても扱われていない．というのは，そこでは夫婦の一方での事象の発生も夫婦の結婚持続期間を軸として計られるため，夫にとっても妻にとっても軸上の同一の点で発生することになり，夫の年齢と妻の年齢との関係自体に注目する必要がなかったからである．

実際，結婚持続期間を軸とした場合，ある年次の結婚 n 年目の死亡数（死別数）は，その年次に結婚した夫婦の結婚時の年齢に一歳ずつ加えながら夫と妻にそれぞれに男女別年齢別死亡確率を適用して求められる．ここでは夫と妻の年齢は別個に問題にされ，その間の関係は全く問題にされていない．

たとえば，河野稠果，「日本人夫婦に関する結婚の生命表 付，配偶関係別生命表：1955」『人口問題研究』，第80号，1960年9月，pp.25−42.

ように表わされる．

$$t(y) = \int_0^\omega s(x)b(x,y)dx$$

また，事象を経験した妻の年齢別人口を示すベクトルを $\boldsymbol{s}=[s_i]$，その夫の年齢別人口のベクトルを $\boldsymbol{t}=[t_j]$ で表わし，同様の仮定をすると，

$$t_j=\sum_i s_i(c_{ij}/c_{i.})=\sum_i s_i b_{ij}$$

つまり，

$$\boldsymbol{t}=\boldsymbol{s}\boldsymbol{B} \qquad (\mathrm{b})$$

この(b)式は，妻人口ベクトル$[c_{i.}]$の中に含まれる任意の部分人口ベクトル$\boldsymbol{s}$が与えられた場合，その夫の人口ベクトル$\boldsymbol{t}$を全夫婦における妻人口ベクトル$[c_{i.}]$と夫一人口ベクトル$[c_{.j}]$との間の関係$\boldsymbol{B}=[b_{ij}]$をもちいて推定することができることを意味する．

なお，この$\boldsymbol{B}$のかわりに，$\boldsymbol{A}$の逆行列$\boldsymbol{A}^{-1}$をもちいてもよいと思われるかもしれない．しかし，$\boldsymbol{A}^{-1}$が$\boldsymbol{B}$と同じ変換を行うのはただ一つのベクトル$[c_{i.}]$を$[c_{.j}]$に変換する場合のみである．なんらかの理由で$\boldsymbol{B}$の関係が$\boldsymbol{A}$の関係に比べてあてにならないということがわかっている場合にのみ，$\boldsymbol{B}$ではなく$\boldsymbol{A}^{-1}$をもちいるべきだということになる．

2）部分人口の年齢構造推定の応用

このように，夫婦型分子の一方の構成員に生じた事象が他の構成員に反映される．これは人のライフ・コースにおける事象の発生確率を得るのに利用できる．たとえば，母と第一子を分子として考え，母の年齢別の第一子の結婚確率や母の年齢別の第一子がその第一子をもつ確率などが得られる．

また，夫婦型分子の一方の構成員の死亡などによって分子が消滅する場合，残される一方の構成員の人口のベクトルや残った分子内の人口についての分子的年齢構造$\boldsymbol{C}_t$も容易に得られる．なぜなら，変換行列$\boldsymbol{A}$，$\boldsymbol{B}$によって行列演算でなく対応する要素についての通常の乗算によってできる行列$[a_{ij}t_j]$や$[s_i b_{ij}]$により夫婦の一方に事象の生じた夫婦の年齢関係が示され，これをもとの夫婦行列$\boldsymbol{C}$から引けばよいからである．すなわち，

$$\boldsymbol{C}_t=[c_{ij}-a_{ij}t_j] \text{ または } [c_{ij}-s_i b_{ij}] \qquad (\mathrm{c})$$

このように，分子の変形や消滅に関わる人口を推定し，新たな分子的年齢構造を推定するモデルを一対一型分子，夫婦型分子における分子構造変動モデルということができる．

3）部分人口の年齢構造推定と分子的人口動態統計——夫婦の場合を例に

式(c)からわかるように，分子的人口構造の変動は人口事象の（夫または妻のみについて観察された）年齢別発生確率からくる s_i または t_j とともに a_{ij} または b_{ij} という分子的人口構造自体からくる部分からなる．これは結婚の発生数が夫または妻の年齢別発生確率で表わされる結婚の発生傾向だけでなく，その発生母体となる人口の構造の影響を受けることと本質的に同一の問題である．すなわち，ここでのある事象の生じた分子の人口（部分人口）とすべての分子を含む全人口との関係は，結婚する人口と結婚の発生母体となる人口との関係と類似している．しかしながら，結婚の発生母体がまだ分子をなしていないので，その分子的年齢構造をどのようにとらえるか自体が一つの問題であり，結婚の場合，別に「結婚の両性モデル」が考えられている．[11] また，結婚の統計は夫と妻の年齢別のものが存在するので，それを推定することは必要でない．

---

11) 結婚の両性モデルについてはたとえば，下記参照．
Robert Schoen, "The Harmonic Mean as the Basis of a Realistic Two-sex Marriage Model", *Demography* 18 − 2, 1981, pp. 201 − 216

もし，あらゆる人口動態統計が本人の年齢別にでなく結婚の統計のように夫と妻の年齢別につくられているものとする（これを分子的人口動態統計ということにしよう）と，直接に[$a_{ij}\ t_j$]，[$s_i\ b_{ij}$]に相当するものが得られ，ここでもちいたような推定は不必要となる．このような統計を用いて人口動態事象を分子的に（夫婦の場合両性的に）考察することが可能になる．出生や死亡についても，結婚のように競争によるものではないが，全く異なるメカニズムによって部分的にはこのような分子的な分析を要する問題が存在していると考えられる．

(3) 夫婦型分子の実際例

表１は夫婦行列 $\boldsymbol{C}$ の例である．これを基にして夫－妻変換行列 $\boldsymbol{A}$ および妻－夫変換行列 $\boldsymbol{B}$ を定義することができる．スペースの関係で表示は略す．

表１　夫と妻の年齢別 夫婦組数 （行列 $\boldsymbol{C}$ ）

（×1000組）

妻の年齢（歳）	夫の年齢（歳）											総数 [$c_{i.}$]
	15－19	20－24	25－29	30－34	35－39	40－44	45－49	50－54	55－59	60－64	65＋	
15—19	6	12	10	2	0	0	0	0	0	0	0	30
20—24	6	281	791	152	5	0	0	0	0	0	0	1,235
25—29	0	127	2,095	2,100	420	15	0	2	0	0	0	4,759
30—34	0	7	216	1,714	2,003	386	15	2	0	0	0	4,343
35—39	0	0	12	142	1,727	1,881	358	22	0	0	0	4,142
40—44	0	0	0	15	154	1,548	1,742	323	17	5	0	3,804
45—49	0	0	0	2	10	149	1,286	1,319	274	17	0	3,057
50—54	0	0	0	0	0	5	127	978	1,037	306	32	2,485
55—59	0	0	0	0	0	0	7	77	445	749	229	1,507
60—64	0	0	0	0	0	0	0	2	15	351	697	1,065
65＋	0	0	0	0	0	0	0	0	2	45	1,246	1,293
総数 [$c_{.j}$]	12	427	3,124	4,127	4,319	3,984	3,535	2,725	1,790	1,473	2,204	27,720

資料）第７次出産力調査(人口問題研究所)，1977年．

表２の左半分は生命表による死亡確率で，これに年齢別有配偶人口 [$c_{.j}$]，[$c_{i.}$] を掛けて，夫および妻の年齢別死亡者を表わすベクトル [t_j] および [s_i] を求める．これにそれぞれ行列 $\boldsymbol{B}$，$\boldsymbol{A}$ を適用すると，夫を亡くす妻の年齢別人口を表わすベクトル [s_i] および妻を亡くす夫の年齢別人口のベクトル [t_j] に変換することができる．これをそれぞれ年齢別有配偶人口 [$c_{i.}$]，[$c_{.j}$] で割って右半分の死別確率のベクトル [$s_i / c_{i.}$]，[$t_j / c_{.j}$] を求めることができる．ただし，このような推定方法をもちいることの許される条件は，いうまでもなく夫や妻の死亡が発生する夫婦における夫と妻の年齢関係が全夫婦のそれと全く等しいということである．たとえば，夫婦の年齢が近接している場合には夫の死亡率が高いとか，逆に低いとかの明確な関係があるときには，この推計方法は使えないことになる．

なお，死別率を求めるもっと簡単な方法として従来使われてきたのは，夫と妻の年齢差をたとえば，3歳として相手の死亡確率から直接推定するものである．

また，離婚のように夫および妻の年齢別にその発生率がわかっている事象については逆にこの推定

表2 死 別 率 の 推 定

年齢（歳）	死亡率		推定された死別率	
	夫 [$t_j / c_{\cdot j}$]	妻 [$s_i / c_{i \cdot}$]	夫 b [$t_j / c_{\cdot j}$]	妻 c [$s_i / c_{i \cdot}$]
15—19	0.00382	0.00147	0.0115	0.0700
20—24	0.00499	0.00212	0.0023	0.0514
25—29	0.00502	0.00276	0.0027	0.0590
30—34	0.00590	0.00357	0.0032	0.0791
35—39	0.00864	0.00490	0.0042	0.1227
40—44	0.01404	0.00729	0.0060	0.1922
45—49	0.02196	0.01143	0.0090	0.2871
50—54	0.03240	0.01762	0.0135	0.4538
55—59	0.04849	0.02677	0.0191	0.7437
60—64	0.07742	0.04239	0.0298	0.1129
65—69 a	0.13135	0.07532	0.0589	0.2909

資料）死亡率は『第31回簡速静止人口表』（人口問題研究所），1978年． ***A*, *B*** は表１の ***C*** による．
a．この推定に用いられた行列 ***A***，***B*** は65－69歳の区分ではなく，65歳以上の区分になっている．
b．***B*** による．
c．***A*** による．

方法による結果と比較することにより，離婚夫婦の年齢関係の特徴を明らかにすることもできよう．

2. 親子型分子

(1) 親子型分子の表現と性質

1）現実的「親子」関係

世帯の中には世帯主が必ずいるのに対して，親子関係では親と子のどちらか一方が死亡によって欠如していることもある．どちらか一方が欠如することにより親子関係は一応消滅するものとし，このように親子関係の消滅したものと存続しているものを区別して表わしたもの（これを現実の親子関係という）をまずあつかうことにする．

一対複の構造をもつ親子型分子としてここでは，具体的には母子関係をとる．このような構造をもつ分子の年齢関係は二つの方法で表示される．その第一は「子」の側の人口で示されるものであり，第二は「親」の側の人口で示されるものである．母子関係でいえば，子の人口と母の人口で示される．（なお，親子型分子には「子」の中に「親」が含まれるものもある．世帯主を「親」，世帯員を「子」とし，世帯員に世帯主を含むような場合，あるいは長子を「親」，きょうだいを「子」とする場合などである．）

したがって，母子関係は母の年齢が x 歳である y 歳の子の人口，w（x, y）および「子の年齢が y 歳である x 歳の母の人口」，v（x, y）の二つで表わされる．このうち，前者は容易にその意味は理解されるが，後者はやや理解しにくいかもしれない．というのは，母親は二人以上の子をもつことがありうるからである．これは実は「一人の x 歳の母親の子の中から任意に一人の子を選んだときその子が y 歳である確率」を集計したもので，つぎのように表示される．

$$v(x,y)=\sum_{k=1}^{K} 1/n\ (x,y,k)$$

すなわち，すくなくとも一人の子が y 歳である x 歳の母は合計 K 人おり，その中の k 番目の母は $n\ (x, y, k)$ 人の子をもっている．各母親の人数（必ず1である）はその子の数によって分割され，その子の年齢カテゴリーに分布される．このような表示によって $\int_0^{\omega} v(x,y)dy$ は x 歳の母親の人口になる．そこで $v\ (x, y)$ を仮に，「子の年齢が y 歳である x 歳の母の人口」と呼ぶことにするのである．[12]

この二つの分布関数によって母子の年齢関係を示すつぎの二つの行列を定義することができる．

$$\text{母－子行列},\ \boldsymbol{W}=[w_{ij}]=\begin{bmatrix} w_{11} & \cdots\cdots & w_{1j} & \cdots\cdots & w_{1n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ w_{i1} & \cdots\cdots & w_{ij} & \cdots\cdots & w_{in} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ w_{n1} & \cdots\cdots & w_{nj} & \cdots\cdots & w_{nn} \end{bmatrix}$$

ただし，
$$w_{ij}=\int_y^{y+5}\int_x^{x+5} w\ (x,y)\ dxdy$$

$$\text{子－母行列},\ \boldsymbol{V}=[v_{ij}]=\begin{bmatrix} v_{11} & \cdots\cdots & v_{1j} & \cdots\cdots & v_{1n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ v_{i1} & \cdots\cdots & v_{ij} & \cdots\cdots & v_{in} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ v_{n1} & \cdots\cdots & v_{nj} & \cdots\cdots & v_{nn} \end{bmatrix}$$

ただし，
$$v_{ij}=\int_y^{y+5}\int_x^{x+5} v\ (x,y)\ dxdy$$

また，i は子の年齢階級，j は母の年齢階級を示す．（x，y と i，j が逆に対応しているのに注意）ただし，$\boldsymbol{W}$ の第1列，$[w_{i1}]$ は母を亡くした年齢階級 i の子の人口を示し，$\boldsymbol{V}$ の第1行，$[v_{1j}]$ は子を生んだことのない，あるいは子をすべて亡くした年齢階級 j の女子の人口を示すものと決める．（なお，$[w_{1j}]$，$[v_{i1}]$ はすべて0のベクトルである．）

この母－子行列と子－母行列を総称して母子行列と呼ぶことにする．

$\sum_j w_{ij}=w_{i\cdot}$，$\sum_i v_{ij}=v_{\cdot j}$ などと表記することにすると，ベクトル$[w_{i\cdot}]$ は年齢別の子の人口，ベクトル$[v_{\cdot j}]$は年齢別の母の人口である．では，ベクトル$[w_{\cdot j}]$ および$[v_{i\cdot}]$ は何を示しているか．実は，前者は母の年齢別の子の人口を示し，後者は子の年齢別の母の人口を示すものである．後者をより正確にいうと，年齢階級 i の子の人口にふりあてられる母の人口であって，これはそれぞれの母

12）このような集計は子に対する調査（「あなたのお母さんは何歳ですか」という問）をもとにして母子関係を母の数を単位として表わそうとする場合と似ている．

の子の数によって分割されたものの合計である．

さらに，これらのベクトルの対応する要素間の除算によって定義されるベクトル $[v_{i.}/w_{i.}]$ は年齢階級 i の子一人当たりの平均母親数であり，ベクトル $[w_{.j}/v_{.j}]$ は年齢階級 j の母一人当たりの平均生存子供数である．前者は子にとっての母の生存確率ではない．なぜなら，それは各母の子の数で分割されているからである．

また，$(v_{.j}-v_{1j})/v_{.j}$ は年齢階級 j の母が子をもっている割合，つまり母親にとっての同居可能率といえるし，同様に $(w_{i.}-w_{i1})/w_{i.}$ は年齢階級 i の子が母をもつ割合で，子にとっての同居可能率を示す．ただし，有配偶の子１人のみが同居するという居住原則のもとでは，子にとっての同居可能率は $2\,v_{i\cdot}/\,w'_{i\cdot}$ である．[13]

なお，世帯主・世帯員行列を「親子行列」としてとると，$v_{.j}/w_{j.}$ は年齢 j 歳における世帯主率を示す．したがって，(2)で述べる分子構造変動モデルによって同居可能率，世帯主率などの変化も導びかれる．

以上のような行列 $\boldsymbol{W}$，$\boldsymbol{V}$ とそれから導かれるベクトルによってつぎのような６つの変換行列を定義することができる．[14]

$$\boldsymbol{D}=[w_{ij}/v_{.j}] \qquad \hat{\boldsymbol{D}}=[v_{ij}/w_{i.}]$$
$$\boldsymbol{E}=[v_{ij}/v_{.j}] \qquad \hat{\boldsymbol{E}}=[v_{ij}/v_{i.}]$$
$$\boldsymbol{F}=[w_{ij}/w_{.j}] \qquad \hat{\boldsymbol{F}}=[w_{ij}/w_{i.}]$$

これ以外に，作ることの可能な行列 $[w_{ij}/v_{i.}]$ および $[v_{ij}/w_{.j}]$ は実用上，意味がないと思われる．

上記の変換行列のうち $\boldsymbol{E}$ と $\hat{\boldsymbol{E}}$ および $\boldsymbol{F}$ と $\hat{\boldsymbol{F}}$ は夫婦型分子における $\boldsymbol{A}$ と $\boldsymbol{B}$ に相当するものといえる．つまり，これらはベクトル $[v_{.j}]$ と $[v_{i.}]$，$[w_{.j}]$ と $[w_{i.}]$ を相互に変換するものである．$\boldsymbol{D}$ と $\hat{\boldsymbol{D}}$ は容易にわかるように，年齢別母の人口 $[v_{.j}]$ と年齢別子の人口 $[w_{i.}]$ を相互に変換するものである．

これらの行列自体のもつ意味はそれぞれ，

$\boldsymbol{D}$ は年齢階級 j の母親一人当たりの年齢階級 i の平均子供数，

$\hat{\boldsymbol{D}}$ は年齢階級 i の子一人当たりの年齢階級 j の平均母親数，いわば，年齢階級 i の子が年齢階級 j の母を占有できる確率，

$\boldsymbol{E}$ は年齢階級 j の母が年齢階級 i の子の母である確率（ここで母であることは子の数で分割されている），

$\hat{\boldsymbol{E}}$ は年齢階級 i の子をもつ母が年齢階級 j である確率，

$\boldsymbol{F}$ は年齢階級 j の母をもつ子が年齢階級 i である確率，

$\hat{\boldsymbol{F}}$ は年齢階級 i の子が年齢階級 j の母をもつ確率

をそれぞれ表わす行列である，と一応いうことができる．その具体的な機能は（3）の実際例の中で説明する．

13）居住原則と同居可能率との関係については注６の文献参照．

14）Akkerman は $\boldsymbol{D}$（論文内では $\boldsymbol{A}$）によって任意の年齢別世帯主数（＝世帯数）のベクトルを年齢別世帯員数（＝人口）のベクトルに変換できること，およびその逆の変換ができることを「世帯構成の定理」(Household Composition Theorem) と呼んだ．彼は人口から世帯への転換には $\boldsymbol{D}$ の逆行列を用いている．これは $\hat{\boldsymbol{D}}$ より優れている（推計の場合，ある期間安定的である）からではなく，その存在自体が気づかれていないためと思われ，前節で述べたのと同じ理由で $\hat{\boldsymbol{D}}$ の方が望ましい．

Abraham Akkerman, "The Household Composition Matrix and Its Application to Migration Analysis and Population Projection", *General Systems* XXII, 1977, pp.105－109.

2）仮想的親子関係

親子関係は親または全部の子の死亡が生じたとき消滅する．したがって，1）では親または子のみが残存するものは区別して表示した．これに対して，どちらか一方が消滅した後もその関係が存続しているものとして親子関係を想定することもできる．

死亡した親の親子関係の復元は，全部の子が死亡した親子関係の復元より意味がある．親をもつことは完全に普遍的なことがらであるのに対して，子の死亡の前提となる子を持つこと自体が普遍的でないからである．したがって，ここでは前者を扱う．

親の死亡を含む親子関係を子の人口で表わす行列を$\boldsymbol{W}^*=[w^*_{ij}]$とすると，$w^*_{ij}=w_{ij}+w'_{ij}$，ただし，$w'_{ij}$ はもし生きていれば年齢階級 j であるはずの親をもつ年齢階級 i の子の人数で，$\sum_j w'_{ij}=w_{i1}$ である．同様に，この親子関係を親の人口でしめす $\boldsymbol{V}^*=[v_{ij}{}^*]$ を定義することができる．

これによって，母が死ななかったものとした場合の年齢階級 i の子の母の年齢構成を示す行列 $\hat{\boldsymbol{F}}^*$は $[w^*_{ij}/w_{i\cdot}]$で定義される．[15]

Mason and Martin は，$\hat{\boldsymbol{F}}^*$ をもちいて，全人口を子の人口とみなし親の年齢別に区分して表わした（$[w_{i\cdot}]\hat{\boldsymbol{F}}^*$）．つまりこの場合，子にとって親子関係は現実に親が生きているかどうかは問われない．さらに，子自身，実際に親であるか否かにかかわらず，すべて親世代でもあるとされる．こうすると，これは親子関係を子の人口で表わしたものであり，かつ親の人口で表わしたものである．

したがって，これによる$w^*_{\cdot j}/w_{j\cdot}$ が年齢階級 j の親世代の人口に対する子世代の人口の比率などとされたのである．ただし，$w^*_{\cdot j}$ は年齢階級 j であるはずの死んだ母をもつ子を含む子の人口で，$w^*_{\cdot j}=\sum_i w^*_{ij}$ であり，分母の $w_{j\cdot}$ はもともと年齢階級 j の子の人口であるが，即，親の人口 $v_{\cdot j}$ とみなされている．

このように，仮想的な親子関係はここでは全社会的な規模での親子関係を通じた世代間の経済的負担を表現しようとしてもちいられている．[16]

(2) 親子型分子の分子構造変動モデル

母子行列を例にして，上で定義した6つの変換行列を用いて，親子型分子の分子構造の変動を記述する方法を述べよう．

上に述べた4つの人口ベクトルに対応してそれぞれにある事象を経験した人口（部分人口という）のベクトルをつぎのように定義しておこう．

$\boldsymbol{c}=[c_i]$: 自分の年齢階級によって区分された子の人口ベクトル．$[w_{i\cdot}]$ の部分人口である．

$\boldsymbol{m}=[m_j]$: 自分の年齢階級によって区分された母の人口ベクトル．$[v_{\cdot j}]$ の部分人口である．

${}_m\boldsymbol{c}=[{}_mc_j]$: 母の年齢階級によって区分された子の人口ベクトル．$[w_{\cdot j}]$ の部分人口である．

${}_c\boldsymbol{m}=[{}_cm_i]$：子の年齢階級によって区分された母の人口ベクトル．$[v_{i\cdot}]$ の部分人口である．

これらの部分人口ベクトルは子や母に対して生じる事象の発生の確率や平均経験数を算出するための分子（numerator）としてもちいられる．たとえばベクトル$[c_i/w_{i\cdot}]$ と $[m_j/v_{\cdot j}]$ はそれぞれ年齢階級別の子に対する確率と年齢階級別の母に対する確率を示し，ベクトル$[{}_mc_j/v_{\cdot j}]$ は年齢階級別

15）Zaba はこの$\hat{\boldsymbol{F}}^*$が行列であることを明示はしていない（TableⅣ に示されている）が，結果的には行列の演算と同様にこれをもちいている．なお，また，さきに定義した$\boldsymbol{F}$ももちいられている（Table Ⅲ）．
Basia Zaba, "Barbados Experimental Migration Survey: Analysis of the Results", pp.58–94. in 注5の1984年の文献．

16）注3の文献参照．

母一人当たりのある事象を経験した子の平均人数，また $[{}_{c}m_i/w_{i.}]$ は年齢階級別子一人当たりのある事象を経験した母の平均人数を示す．

上記の四種の部分人口ベクトルの相互変換は，その部分人口が全人口と同じ分子的年齢構造をもっているものと仮定できるならば，さきの変換行列をもちいてつぎのように行える．

$$\boldsymbol{c} = \boldsymbol{D}\,\boldsymbol{m} \qquad \boldsymbol{m} = \boldsymbol{c}\,\hat{\boldsymbol{D}}$$

$$_{c}\boldsymbol{m} = \boldsymbol{E}\,\boldsymbol{m} \qquad \boldsymbol{m} = {}_{c}\boldsymbol{m}\hat{\boldsymbol{E}}$$

$$\boldsymbol{c} = \boldsymbol{F}_{m}\boldsymbol{c} \qquad {}_{m}\boldsymbol{c} = \boldsymbol{c}\,\hat{\boldsymbol{F}}$$

したがって，子に対する事象を母親から見た場合や，母に対する事象を子から見た場合の確率や平均人数を求めることができる．

これらの変換にあたっては，事象の性格や観察のしかたに応じてその適用のしかたを考えなければならないので，実際例を示そう．

これらの変換によって，親子型分子が消滅した残りの人口や変形した後の人口についての親子型分子の新たな人口構造をつくることができる．その手続きは夫婦型分子の場合と全く同じで，これを親子型分子の分子構造変動モデルとすることができる．

このモデルによって，(1)で述べた世帯主率や同居可能率などの変動を示すことができるのはいうまでもない．

(3) 親子型分子の実際例

表３は母－子行列 $\boldsymbol{W}$，つまり母と子の関係を子の人口で示したものである．これは母親に対してその生存子の年齢をたずねた調査（第７次出産力調査，1977年）の結果によるものであるが，母親を亡くした子の数は年齢別人口（国勢調査1975年）から上の結果を引くことにより推計できる．というのは年齢別の子の人口というのは年齢別人口そのものだからである．

表３　自分自身の年齢別，母の年齢別　子の人口（行列 $\boldsymbol{W}$）

（×1000人）

子の年齢（歳）	母の年齢（歳） 死亡	15－19	20－24	25－29	30－34	35－39	40－44	45－49	50－54	55－59	60－64	65＋	総数 $[w_{i.}]$
0－4	0	10	851	4,833	2,963	822	128	11	0	0	0	0	9,618
5－9	0	0	33	1,568	4,547	3,346	885	97	15	0	0	0	10,491
10－14	0	0	0	25	1,064	3,903	2,766	643	103	21	0	0	8,525
15－19	222	0	0	0	28	887	3,630	2,343	673	111	49	7	7,949
20－24	1,537	0	0	0	0	26	989	3,116	2,324	745	233	103	9,072
25－29	1,686	0	0	0	0	0	48	1,263	3,419	2,145	1,228	1,006	10,795
30－34	2,273	0	0	0	0	0	0	53	803	2,038	1,775	2,305	9,246
35－39	2,214	0	0	0	0	0	0	0	39	641	1,755	3,774	8,422
40－44	3,599	0	0	0	0	0	0	0	0	28	677	3,920	8,224
45－49	4,607	0	0	0	0	0	0	0	0	0	45	2,709	7,361
50－54	5,452	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	330	5,782
55－59	4,674	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4,674
60－64	4,284	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4,284
65＋	8,866	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8,866
総数 $[w_{.j}]$	39,412	10	884	6,426	8,602	8,983	8,445	7,527	7,375	5,728	5,761	14,154	113,307a

資料）第７次出産力調査，1977年および1975年国勢調査（本文参照）．

a，総人口を表す．

表４は子－母行列 $\boldsymbol{V}$，つまり母と子の関係を母の人口で示したものである．これは上記の調査の母親一人ひとりについて行列 $\boldsymbol{V}$ の定義のような集計を行なって求めたものではなく，その簡便法として，

表 4　自分自身の年齢別，子の年齢別一母の人口（行列 $\boldsymbol{V}$）

（×1000 人）

子の年齢（歳）	既婚女子の年齢（歳） 15－19	20－24	25－29	30－34	35－39	40－44	45－49	50－54	55－59	60－64	65＋	総数 $[v_{i.}]$	（参考）平均きょうだい規模 b $[w_{i.}/v_{i.}]$
子なし	20	530	769	227	151	181	126	178	123	100	267	2,672	0
0－4	8	671	3,015	1,436	376	58	5	0	0	0	0	5,568	1.73
5－9	0	26	978	2,203	1,530	401	42	6	0	0	0	5,186	2.02
10－14	0	0	16	516	1,784	1,254	276	39	7	0	0	3,892	2.19
15－19	0	0	0	14	405	1,645	1,008	255	38	14	2	3,380	2.29
20－24	0	0	0	0	12	448	1,341	879	253	66	25	3,023	2.49
25－29	0	0	0	0	0	22	543	1293	728	348	248	3,182	2.86
30－34	0	0	0	0	0	0	23	304	692	503	568	2,090	3.34
35－39	0	0	0	0	0	0	0	15	218	498	930	1,660	3.74
40－44	0	0	0	0	0	0	0	0	9	192	966	1,168	3.96
45－49	0	0	0	0	0	0	0	0	0	13	668	680	4.05
50－54	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	81	81	4.07
55－59	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	—
60－64	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	—
65＋	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	—
総数 $[v_{.j}]$	28	1,227	4,778	4,394	4,258	4,009	3,364	2,968	2,067	1,734	3,756	32,583a	2.47 c

資料）第 7 次出産力調査，1977年および1975年国勢調査（本文参照）.

a．既婚女子総人口.

b．この $w_{i}.$ は表 3 の $w_{i}.$ そのものでなく，母の死亡したものを除く.

c．きょうだい 0（子なし）を除く．含むと 2.26.

母一子行列$\boldsymbol{W}$の各要素を，子数 0 を除く母の年齢別平均生存子数で割って求めたものである．つまり，ここでは子の年齢による平均生存子数の差が無視されている．第 1 列，子数 0 の既婚女子数は調査の結果直接得られる．したがって，この行列は既婚女子数を示し，全女子数を示すものではない．その点で元の定義と異なっている.

子の年齢別人口を表わすベクトル $[w_{i.}]$ を子の年齢別母の人口を表わすベクトル $[v_{i.}]$ で割ってできるベクトル $[w_{i.}/v_{i.}]$ は子の年齢別母親一人当たり子数，より適切には，子の年齢別子のきょうだい規模をあらわす．ただし，$[v_{i.}]$ には死亡した母が含まれていないので $[w_{i.}]$ からも母を亡くした子の人口 $[w_{i1}]$ を除いておかなければならない．つまり，これは母親の生存しているきょうだいについての平均きょうだい規模である．この結果は表 4 の右端に示されている

表 3, 4 に示された行列 $\boldsymbol{W}, \boldsymbol{V}$ を基にして$\boldsymbol{D}$以下 6 つの変換行列が作られるが，表 3 と表 4 によって容易に算出できるのでスペースの制約からその提示は省略する.

ここでは，これらの典型的な使用例を示しておこう.

表 5 の(1)欄は子の年齢別子が母に死なれる確率を示している．変換前の元の事象ベクトル $[m_j]$ は既婚女子の年齢別死亡数であり，これは表 2 に示す死亡確率と同じものに基づいている．(ただし，夫婦行列では事象ベクトルは $[s_i]$ で示されている.) これを子の年齢別ベクトル $[c_i]$ に変換するためには，変換行列$\boldsymbol{D}$をもちいればよい．ここでベクトル $[{}_cm_i]$ ではなく，$[c_i]$ を使うのは母親をもつ子すべて，つまり一人の母親に対してはその子ごとに重複して数えなければならないからである．求める確率は変換の結果得られたベクトル $[c_i]$ を $[w_{i.}]$ で割ればよい．ただし，母を亡くす確率の意味からいって，分母には母をすでに亡くした子を含まない方がよい．つまり，$[w_{i1}]$ を引いておく.

(2)欄は，子の年齢別子の初婚数ベクトル $[c_i]$ を母の年齢別子の初婚数のベクトル $[{}_mc_j]$ に変換して求められた母の年齢別母一人当たり平均子の初婚数 $[{}_mc_j/v_{.j}]$ を示す．このとき使われる変換行列は$\hat{\boldsymbol{F}}$である．これは動態事象についての例であるが，静態的な状態を示すベクトルについても同様である.

表5　母子変換行列を用いた推計の例

年齢 (歳)	(1) 母に死なれる確率 a ($\boldsymbol{D}$を用いる) $[c_i / w_{i.}]$	(2) 夫の年齢別初婚数 b (千人) $[c_i]$	 母親一人当たり平均息子の初婚数 ($\hat{\boldsymbol{F}}$を用いる) $[{}_m c_j / v_{.j}]$ c	(3) 男子の有配偶率 c $[c_i / w_{i.}]$	 母一人当たり平均有配偶の子数 ($\hat{\boldsymbol{F}}$を用いる) $[{}_m c_j / v_{.j}]$	(4) 母から見た有配偶の子との同居率 d $[m_j / v_{.j}]$	 子夫婦から見た母との同居率($\boldsymbol{E}$を用いる) $[{}_c m_i / w_{i.}]$ e
0－4	0.033	0	0	0	0	0	0
5－9	0.043	0	0	0	0	0	0
10－14	0.061	0	0	0	0	0	0
15－19	0.094	4	0	0.003	0	0	0
20－24	0.150	157	0	0.081	0	0	0
25－29	0.244	387	0	0.441	0	0	0.288
30－34	0.387	103	0	0.770	0	0	0.267
35－39	0.543	16	0	0.894	0	0	0.288
40－44	0.670	3	0.005	0.927	0.015	0	0.228
45－49	0.739	1	0.030	0.938	0.125	0	0.157
50－54	0.739 f	0	0.058	0.943	0.390	0.080	0.026
55－59	－	0	0.055	0.938	0.755	0.377	0
60－64	－	0	0.041	0.925	1.180	0.541	0
65＋	－	0	0.019	0.895	1.580	0.744	0

a.　もとになる死亡率 $[m_j / v_{.j}]$ は表2に $[s_i / c_{i.}]$ として示されている．

b.　人口動態統計，1977年．

c.　国勢調査，1975年．

d.　国勢調査，1975年および第7次出産力調査，1977年．くわしくは，注6の文献参照．

e.　率の分母は子人口ではなく，有配偶男子人口が用いられる．

f.　死亡率は65歳以上に対して，65－69歳のものが用いられている．

（3）はこの例で，母の年齢別母一人当たり平均有配偶の男の子数が算出される．（2）と同様に，有配偶男子数のベクトル $[c_i]$ は $\hat{\boldsymbol{F}}$ を用いて母の年齢別有配偶男子数のベクトル $[{}_m c_j]$ に変換されるのである．

（4）欄は母の子との同居率（既婚の子と同居する母の割合）$[m_j / v_{.j}]$ をもとにして子の母との同居率（母と同居する既婚の子の割合）を求めたものである．子と同居する母の人口ベクトル $[m_j]$ を求め，これを母と同居する既婚の子の人口ベクトル $[{}_c m_i]$ へ変換行列 $\boldsymbol{E}$ によって変換する．ここで $[c_i]$ でなく，$[{}_c m_i]$ がもちいられるのは，母と既婚の子との同居は一人の子としか起こらないものと仮定されているからである．

世帯については世帯主の年齢と世帯員の年齢別に世帯員の人口を得られれば，同様に行列 $\boldsymbol{W}$ がつくられるが，我が国においては今のところこのような集計はない．

3．きょうだい型分子

(1)　きょうだい型分子の表現とその性質

きょうだい型分子は親子型分子と同様，二つの方法で表わされる．すなわち，きょうだい内の関係の数で示すものときょうだいに含まれる人口で示すものである．

1）延べきょうだい行列（きょうだい関係行列）

これはきょうだいの年齢関係をきょうだい内の各人のもつきょうだいの人口で示すもので，年齢 $x_1, \cdots\cdots, x_i, \cdots\cdots, x_{s+1}$,　の $s+1$ 人からなる一組のきょうだいは，その各人（年齢 x_i 歳）についてそのきょうだい各人（年齢 x_j 歳）が数えられる．つまり，そのきょうだいについて（x_i, x_j）

($i=1, 2, \cdots, s+1$; $j=1, 2, \cdots, s$; $s\geqq 1$) の年齢関係が数えられる．きょうだい数の概念として，きょうだいの中に本人を含むものと含まないものとが考えられるが，ここではきょうだい内での事象の波及を考える目的から，本人を含まないものをとることにする．すなわち，$i \neq j$ で，s は本人以外でそのきょうだいに含まれる人数である．[17]

この一組のきょうだいについて，きょうだい関係を示す人口は，きょうだい内の各人が，つまり $s+1$ 人（＝本人を含むきょうだい数＝きょうだい規模）がそれぞれ s 人のきょうだいをもつものとして，合計 $s(s+1)$ 人が数えられる．これは，実は一組のきょうだい内のきょうだい関係の総数（延べきょうだい数と仮称する）に等しい．[18]

たとえば，年齢１，２，３歳各一人計３人からなるきょうだい一組は

$$
\begin{array}{c c}
 & \begin{array}{ccc} 1 & 2 & 3\text{歳} \end{array} \\
\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ \text{歳} \end{array} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}
\end{array}
$$

で表わされる．これを横にみると，たとえば第１行は１歳の人が２歳の人１人，３歳の人１人をきょうだいに持つことが示されている．

これをある人口内のすべてのきょうだい（上の定義からきょうだい規模２人以上になる）について集計した結果，年齢関係 (x, y) のきょうだいの関係数が $w(x, y)$ で示される．その定義から明らかに，$w(x, y)=w(y, x)$ である．この分布関数を用いてきょうだいの年齢関係を示すきょうだい関係行列 $\boldsymbol{W}$, をつぎのように定義することができる．

$$\boldsymbol{W}=[w_{ij}],\ \text{ただし,}\quad w_{ij}=\int_y^{y+5}\int_x^{x+5} w(x, y)dxdy$$

この行列の (i, j) 要素は (j, i) 要素に等しい．

この行列の要素を横または縦に合計してできるベクトル $[w_{i\cdot}]$，$[w_{\cdot j}]$ はそれぞれ年齢階級別の延べきょうだい人口を示すもので，相等しい．これはきょうだい規模が２人以上のに含まれるきょうだい関係の総数である．

２）純きょうだい行列（きょうだい人口行列）

これはきょうだいの年齢関係をきょうだい内の人口で表わすもので，年齢 $x_1, \cdots, x_i, \cdots, x_{s+1}$ の $s+1$ 人からなる一組のきょうだいは，その各人（年齢 x_i 歳）についてそのきょうだい一人を任意にとったときそのきょうだいが年齢階級 j である確率，つまりその人のきょうだい（年齢 j 歳）ごとにきょうだい数分の１という数字が数えられる．すなわち，$1/s$ が (x_i, x_j) の年齢関係ごとに数えられる．ただし，$i=1, 2, \cdots, s+1$; $j=1, 2, \cdots, s$ で，さきに述べたようにきょうだいの中に本人を含まないので，$i \neq j$.

この一組のきょうだいについて，きょうだい内の各人が，つまり $s+1$ 人が，s 人のきょうだいをもち，かつ，きょうだいの各人について，$1/s$ が数えられ，合計 $(s+1)s(1/s)=s+1$ 人が数えられる．これは，実は一組のきょうだい内の人口である．

17) かつて，きょうだい一組に含まれる人の数を「きょうだい数」と呼び，n で表わしたが（注６文献），ここではこれを「きょうだい規模」と呼ぶことにし，きょうだいの中のある人にとっての自分を除くきょうだいの数を「きょうだい数」と呼び s で表わしている．

18) きょうだい人口として，きょうだいに本人を含めたものを表示するものとすると，$(s+1)^2=n^2$ 人の人が表示される．これはある人口ですべての人が自分のきょうだい規模を申告したものを合計したものになる．

たとえば，上と同じきょうだいの場合，

$$\begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3\text{歳} \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} 1 & 2 & 3\text{歳} \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 0 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

のように表わされる．

これをすべてのきょうだいについて集計した結果，年齢関係（x, y）のきょうだいの人口 v（x, y）は

$$v(x, y) = \sum_{k=1}^{K} 1/s(x, y, k)$$

で表わされる．ただし，K は（x, y）の年齢関係をもつきょうだいの総組数で，$s(x, y, k)$ はその中の k 番目のきょうだい数である．その定義から明らかに，v（x, y）$=v$（y, x）である．

この分布関数をもちいてきょうだいの年齢関係を示すきょうだい人口行列 $\boldsymbol{V}$ をつぎのように定義することができる．

$$\boldsymbol{V} = [v_{ij}], \quad \text{ただし,} \quad v_{ij} = \int_{y}^{y+5} \int_{x}^{x+5} v(x, y)\, dx dy$$

この行列の（i, j）要素は（j, i）要素に等しい，つまり V は対称行列である．

この行列の要素を横または縦に合計してできるベクトル .$[v_{i.}]$, $[v_{.j}]$ はそれぞれ年齢階級別のきょうだい人口を示すもので，相等しい．この「きょうだい人口」とはきょうだいを一人以上をもつ（きょうだい規模２人以上の）人の人口あるいはきょうだいに属する人の人口で，理解は容易であろう．

なお，延べきょうだい行列（またはきょうだい関係行列）と純きょうだい行列（またはきょうだい人口行列）をあわせて（広義の）きょうだい行列と総称することにする．

３）きょうだい行列の変換行列の定義

きょうだい行列に関する変換行列は親子行列とまったく同じに定義することができるので，再記しない．ただ，変換行列 $\boldsymbol{D} = [w_{ij}/v_{.j}]$ は年齢階級 j の人一人当たりの年齢階級 i の平均きょうだい関係数（延べきょうだい数）を示し，普通の意味の各人のきょうだい数にあたるが，$\hat{\boldsymbol{D}} = [v_{ij}/w_{i.}]$ は年齢階級 i の人一人当たりの年齢階級 j の平均きょうだい人口（純きょうだい数）で，いわば年齢階級 i の人が年齢階級 j のきょうだいを「占有」できる確率を示す．[19]

なお，きょうだい行列がいずれも対称であるという性格から $\boldsymbol{E}$ と $\hat{\boldsymbol{E}}$，$\boldsymbol{F}$ と $\hat{\boldsymbol{F}}$ は互いに転置行列で，対応する要素がまったく等しい．つまり，それぞれのどちらも相等なベクトル $[w_{i.}]$ と $[w_{.j}]$, $[v_{i.}]$ と $[v_{.j}]$ とを相互に関係づけ，まったく同じベクトルを生成することになる．したがって，$\boldsymbol{E}$ や $\boldsymbol{F}$ などはベクトルの変換の目的にはあまり意味がないが，分子構造変動モデルに用いられる．

なお，これらの変換行列はいずれももとになる変換行列 $\boldsymbol{W}$, $\boldsymbol{V}$ が対称であるからといって対称行列であるわけではない．

(2) きょうだい型分子の分子構造変動モデル

これもみかけ上，親子型分子についての分子構造変動モデルの場合とまったく同じであるので再記

19) きょうだい行列が上に定義したように，単なる集計から得られるものではないので，今のところその利用例は見つからないが，たとえば，つぎのものには $\boldsymbol{D}$ に対応する平均きょうだい数の数値が示されている．
Hèrve Le Bras, "Evolution des Liens de Famille au Cour de l'Existence", Les Age de la Vie, Actes du Colloque, Tome I (INED *Travaux et Documents* №96) PUF, 1982, pp. 27 – 45.

しない．$\boldsymbol{D}$ によって，きょうだいの一人におきた事象がそのきょうだいの他の者にどのように波及するかが示され，さらに，$\boldsymbol{E}$ および $\boldsymbol{F}$ をもちいて，その結果変化した新たな $\boldsymbol{W}$ および $\boldsymbol{V}$ が推定される．なお，親子行列と異なりきょうだい行列には対称性が要求されるので，その補正が行われる必要がある．

きょうだい型分子として世帯員からなる分子を考えると，ある人口を1，2，…，n 人の世帯規模別に分割してそれぞれの分子的年齢構造（世帯員行列）を表示することができる．そこでたとえば，3人世帯に死亡が発生したとすると，死亡が発生した世帯に属していて残された人口についての世帯員行列を2人世帯の世帯員行列に移行してやるというようなモデルが考えられるのである．

(3) きょうだい型分子の実際例

表6および表7は表3および表4に示す親子行列によって合成されたきょうだい行列である．したがって，ここには第一に母親のいないきょうだいが除かれており，第二にきょうだい規模1人のものも含まれ，(1)で示したのと異なり，本人自身も含まれる表示となっている．

表6　延べきょうだい行列[a]（$\boldsymbol{W}$）

（×1000人）

年齢（歳）	0－4	5－9	10－14	15－19	20－24	25－29	30－34	35－39	40－44	45－49	50－54	総数 $[w_i.]$
0－4	9,155b	5,862	1,663	327	49	6	0	0	0	0	0	17,062
5－9	5,862	8,509	5,010	1,666	356	68	6	0	0	0	0	21,476
10－14	1,663	5,010	6,110	3,963	1,451	434	62	8	0	0	0	18,702
15－19	327	1,666	3,963	5,498	3,808	1,946	406	107	30	7	1	17,758
20－24	49	356	1,451	3,808	5,512	5,102	1,821	639	223	86	10	19,057
25－29	6	68	434	1,946	5,102	8,263	5,251	3,162	1,670	815	95	26,811
30－34	0	6	62	406	1,821	5,251	5,818	5,082	3,355	1,839	218	23,858
35－39	0	0	8	107	639	3,162	5,082	6,177	4,977	2,978	357	23,488
40－44	0	0	0	30	223	1,670	3,355	4,977	4,686	3,063	371	18,375
45－49	0	0	0	7	86	815	1,839	2,978	3,063	2,105	257	11,149
50－54	0	0	0	1	10	95	218	357	371	257	31	1,340
総数 $[w_{.j}]$	17,062	21,476	18,702	17,758	19,057	26,811	23,858	23,488	18,375	11,149	1,340	199,076

a．各人の年齢別きょうだいの年齢別きょうだい（本人を含む）関係数（本文参照）．

b．対角線上の人口は，本来年齢別総人口表7の $[v_i.]$ より大になるはずであるが，母親の生存しているきょうだいに限定されているため，そうならない．55歳以上がいないのも同じ理由による．

資料）表3，表4．

表7　純きょうだい行列[a]（$\boldsymbol{V}$）

（×1000人）

年齢（歳）	0－4	5－9	10－14	15－19	20－24	25－29	30－34	35－39	40－44	45－49	50－54	総数 $[v_i.]$	平均きょうだい規模 $[w_i./v_i.]$[c]
0－4	5,563	3,097	785	149	22	3	0	0	0	0	0	9,618	1.77
5－9	3,097	4,128	2,321	757	158	28	2	0	0	0	0	10,491	2.05
10－14	735	2,321	2,790	1,787	636	179	23	3	0	0	0	8,525	2.19
15－19	149	757	1,787	2,441	1,626	778	145	33	8	2	0	7,727	2.30
20－24	22	158	636	1,626	2,245	1,942	628	194	59	21	2	7,535	2.53
25－29	3	28	179	778	1,942	2,934	1,686	900	433	202	23	9,109	2.94
30－34	0	2	23	145	628	1,686	1,735	1,387	857	455	54	6,973	3.42
35－39	0	0	3	33	194	900	1,387	1,612	1,255	736	88	6,208	3.78
40－44	0	0	0	8	59	433	857	1,255	1,166	756	92	4,625	3.97
45－49	0	0	0	2	21	202	455	736	756	519	63	2,754	4.05
50－54	0	0	0	0	2	23	54	88	92	63	8	330	4.06
総数 $[v_{.j}]$	9,618	10,491	8,525	7,727	7,535	9,109	6,973	6,208	4,625	2,754	330	73,895b	2.69

a．各人の年齢別きょうだいの年齢別人口（本人を含む）（本文参照）．

b．本来，総人口に一致すべきであるが，本表では母親の生存しているきょうだいに限定されているため一致しない．55歳以上がいないのも同じ理由による．

c．$[w_i.]$ は表6による．

資料）表3，表4．

まず，この表に示すきょうだい行列$\boldsymbol{V}$，$\boldsymbol{W}$がいかにして導びかれたかを説明する．以下の２つの段落の説明における$\boldsymbol{V}$，$\boldsymbol{W}$とその要素は親子行列（表３，表４）を指しており，きょうだい行列ではないことに注意されたい．

きょうだい関係行列は母親の死亡によって消滅した親子関係をも含んだ仮想的な母子関係を用いる必要がある．したがって表６に示すきょうだい行列は本来，$\boldsymbol{D}^{*\prime} \cdot {}^{t}\boldsymbol{W}^{*}$ で求められる．$\boldsymbol{W}^{*}$ はもともとの（母親の死亡したものも含む）子の人口を示す行列であるが，これを母の人口を表わすものとみなす，すなわち子ごとにその母親をとりあげるのである．そして，それぞれに対してあらためてその子の年齢別人口を求めるものである．^{t}は母の年齢を縦にとるよう配置されていることを示す．ここで，$\boldsymbol{D}^{*\prime}=[w_{ij}^{*}/(v_{.j}-v_{1j})]$（ただし，$i, j=1$ではその要素は０）であり，$\boldsymbol{D}^{*\prime}$ の$\prime$ はその分母からすべての子を亡くした母 v_{1j} が除かれることを示す．きょうだいを求める前提として，一人の母親に対して少なくとも一人の子は生存しているからである．ここでは，資料の制約上母の死亡した子を含むw^{*}_{ij}が求められないので，かわりにw_{ij} をもちいて，$\boldsymbol{D}^{*\prime}$を求めた．

表７に示すきょうだい人口で表わすきょうだい行列は同様に $\boldsymbol{E}^{*\prime} \cdot {}^{t}\boldsymbol{W}^{*}$ で求められる．ここで，$\boldsymbol{E}^{*\prime}=[v_{ij}^{*}/(v_{.j}-v_{1j})]$．実際には，死んだ母を含む$v^{*}_{ij}$ のかわりにv_{ij} がもちいられた．

さて，その結果をみると，表７の右端に示す$w_{i.}/v_{i.}$ は人口内の各人の申告にもとづく平均きょうだい規模を表わす．2.(３)で親子行列によって定義された平均きょうだい規模 $w_{i.}/v_{i.}$（表４右端）はきょうだいの組ごとに平均したもので，45歳以上を除きいずれも，表７のものより小さい．[20]

表８は表６と表７から計算される$\boldsymbol{D}=[w_{ij}/v_{.j}]$ をもちいて，夫の年齢別結婚件数から男のきょうだいの結婚を経験する確率を計算したものである．ただし，一組のきょうだいでは一年に一件の結婚しか生じないものと仮定されている．

表８　男のきょうだいの結婚する確率(年当たり)

年　齢 (歳)	男のきょうだいの　　　a 結婚を経験する確率$[c_i/v_{i.}]$
0－4	0.000
5－9	0.001
10－14	0.006
15－19	0.022
20－24	0.048
25－29	0.060
30－34	0.052
35－39	0.039
40－44	0.031
45－49	0.027
50－54	0.026

a．本人の結婚自体も含む．
結婚件数$[m_j]$ は表５の(2)に示すものによる(1977年)．
表6, 7より得られる変換行列 $\boldsymbol{D}=[w_{ij}/v_{.j}]$ によって，
これを変換した．$[c_i]=\boldsymbol{D}[m_j]$．確率の分母は人口 $[v_{i.}]$
である．

Ⅲ　分子的人口構造の再現方法

分子的人口構造はいずれもそれに対応した適当なセンサス型の調査をおこなえば把握できるものである．とくに，夫婦の年齢構造は夫婦が同居を前提とするものなので，容易に調査できる．また，世

20）前者をC，後者をnで表わし，$C \geqq n$であることを示した．注６の文献 p.26.

帯に関するものも同様である.[21] したがって，夫婦の年齢関係および世帯における年齢関係を再現することは省略する.

一方，同居を必ずしも前提としない親子関係の調査はあまり多くない．そこで，母子関係についてこのような調査がないとき，性・年齢別人口と出生率，死亡率のデータでそれを再現する方法を考察しよう．すでに $\boldsymbol{W}^*$（実際には $\hat{\boldsymbol{F}}^*$）の再現法は Mason and Martin および Zaba によってしめされた.[22] また，w_{i1} 以外の w_{ij} も Zaba によって示された．したがってここでは，$\boldsymbol{W}^*$ については再掲せず，w_{i1} を含む w_{ij} および v_{i1} を含む v_{ij} を再現する方法を示す.

問題は現在 x 歳の女子人口 $V(x)$ および出生率，死亡率によってⅡ章2で述べた二つの分布関数 $w(x,y)$，$v(x,y)$ または行列の要素としてのその積分形を表現することである.

現在 x 歳である女子人口 $V(x)$ は，y 年前には $V(x)l(x-y)/l(x)$ であり，

その年にその人口に対して生まれた子の人口は　$m(x-y)V(x)l(x-y)/l(x)$　　(1)

である．ただし，$l(x)$ はその女子人口コーホートの生存確率であり，$m(x-y)$ は y 年前の $(x-y)$ 歳の女子の出生率である．子のコーホートの生存確率を $l(y)$ として，

この子は現在 $m(x-y)V(x)l(y)l(x-y)/l(x)$ となっており，そのうち母の生きているものは

$$w(x,y)=m(x-y)V(x)l(y) \tag{2}$$

であり，母の死んだものは　$w_1(x,y)=m(x-y)V(x)l(y)\{l(x-y)-l(x)\}/l(x)$　　(3)

である．また，母は生きていて死んだ子の数は

$$d(x,y)=m(x-y)V(x)\{1-l(y)\} \tag{4}$$

母も子も死んだものは　$e(x,y)=m(x-y)V(x)\{1-l(y)\}\{l(x-y)-l(x)\}/l(x)$ である。

したがって，行列$\boldsymbol{W}$の要素 w_{ij}は（2)を積分し $w_{ij}=\int_y^{y+5}\int_x^{x+5} m(x-y)V(x)l(y)\,dxdy$　(5)

ただし，$\boldsymbol{W}$の第一列，母を亡くした子の数は(3)を積分し

$$w_{i1}=\int_y^{y+5}\int_0^{\omega} m(x-y)V(x)l(y)\{l(x-y)-l(x)\}/l(x)\,dxdy \tag{6}$$

また，年齢階級 i の子の人口 $w_{i\cdot}$ はつぎのように表わされるので，$j \fallingdotseq 1$ の w_{ij} が0に近いとき(高年齢のとき)，母を亡くした年齢階級 i の子の人口 w_{i1} は直接その左辺の積分で表わしてよい.

$$w_{i\cdot}=\int_y^{y+5} W(y)\,dy=\sum_{j=2}^{n} w_{ij}+w_{i1} \tag{7}$$

ただし，$W(y)$ は y 歳人口.

では，母の人口はどのようにして得られるだろうか.

ある時点に生まれた子の数は複産を無視すれば，母の数でもある．したがって(2)式$w(x,y)$は子をもつ母の数を表わすものとしてよい．しかし，これを積分すると母の人口にはならない．複産を無

21) ただし，実際には1970年以後の国勢調査についてはこのような集計がない．また，世帯に関するものもまだ集計されたものはない．なお，Akkerman は結婚した子と親が同居しないという仮定をたて，世帯に関する行列$\boldsymbol{D}$の構成法を述べているが，日本ではあまり有効でない．注14の文献参照.

22) 注3，注15の文献参照．ただし，Zaba は quasi-stable を前提としているが，出生率，死亡率を年次別に異なる値をもちいることにすれば この前提はいらない.

視しても，母親が複数の子を生む場合があり，この積分は母を二重に数えることになるからである[23]

年齢 y 歳の子をもつ年齢 x 歳の母の数をその子の数で分割した数を示す $v(x, y)$ は y 歳の子をもつ x 歳の母についての平均現存子数 $n(x, y)$ を用いてつぎのように表わされる.

$$v(x, y) = w(x, y) / n(x, y)$$

しかし，この積分は簡単には得られない。そこで，直接に v_{ij} を得ることを考えよう.

すなわち，年齢階級 i の子をもつ年齢階級 j の母の平均現存子数を n_{ij} とすると，

$$v_{ij} = w_{ij} / n_{ij} \tag{8}$$

しかし，ここでも n_{ij} は i で限定されているにもかかわらず，他の年齢階級の出生率の影響をも受ける変数であるので，求めるのは容易ではない.

そこで, $n_{i1} = n_{i2} = \cdots = n_{ij} = \cdots = n_j$ と仮定する. ただし， n_j は年齢階級 j の母（現存子数が1以上）についての平均現存子数であり， $n_j = w._j / v_j$ で表わすことができる. ただし, $w._j = \sum_i w_{ij}$ であり， v_j は年齢階級 j の母の数である.

そこで，問題はこの v_j を求めることである。いま， $P(x)$ を子を生んだことのない女子と子を生んでその子をなくした女子の合計の人口とすると， v_j はつぎのように表わせる.

$$v_j = \int_x^{x+5} \{V(x) - P(x)\} dx \tag{9}$$

また，子—母行列 $\boldsymbol{V}$ の第一行　v_{1j} は $P(x)$ をもちいてつぎのように表わされる.

$$v_{1j} = \int_x^{x+5} P(x) dx \tag{10}$$

そこで，問題はこの $P(x)$ を求めることに帰する.

現在 x 歳の女子で y 年前に第一子を生んだものの数は, y 年前には $m_1(x-y) V(x) l(x-y) / l(x)$ であり，現在は $m_1(x-y) V(x)$ である. ただし， $m_1(x-y)$ は y 年前の $(x-y)$ 歳の女子の第一子出生確率である．したがって，現在 x 歳で少なくとも一子を生んだことのある女子の数 $M_1(x)$ は

$$M_1(x) = \int_0^{x-\alpha} m_1(x-y) V(x) dy$$

ここで， α は産子開始年齢である.

同様にして，現在 x 歳で少なくとも第 n 子を生んだことのある女子の数 $M_n(x)$ は,（y 年前の）$(x-y)$ 歳の女子の第 n 子出生確率を $m_n(x-y)$ とすると，

$$M_n(x) = \int_0^{x-\alpha} m_n(x-y) V(x) dy$$

したがって，出生子数0，つまりパリティ0の現在 x 歳の女子数 $M_0(x) = P_0(x)$ は

$$M_0(x) = P_0(x) = V(x) - M_1(x)$$

と表わされる.

第一子を亡くした現在 x 歳の母の数 D_1 はつぎの式で与えられる.

---

23) もし頂度年齢（exact age）における人口を問題にする場合は積分する必要なく，この関係で十分である．つぎのものはこのような関係を扱っている.

Goodman, Leo A., Keyfitz, Nathan and Pullum, Thomas W., "Family Formation and the Frequency of Various Kinship Relationships", *Theoretical Population Biology*, Vol.5, 1974, pp.1–27.

$$D_1(x)=\int_0^{x-\alpha} m_1(x-y)\dot{V}(x)\{1-l(y)\}dy$$

同様にして，第 n 子を亡くした現在 x 歳の母の数 D_n はつぎの式で与えられる.

$$D_n(x)=\int_0^{x-\alpha} m_n(x-y)V(x)\{1-l(y)\}dy$$

したがって，現在 x 歳の母の第一子の死亡確率　$p_1(x)$ は次式で与えられる。

$$p_1(x)=D_1(x)/M_1(x)$$

同様に，その第 n 子の死亡確率 $p_n(x)$ は次式で与えられる.

$$p_n(x)=D_n(x)/M_n(x)$$

ゆえに，子を一人しか生まず，かつその子が死亡した現在 x 歳の母の数 $P_1(x)$ は，

$$P_1(x)=\{M_1(x)-M_2(x)\}\ p_1(x)$$

同様にして，子を二人生み，かつその二人の子が死亡した現在 x 歳の母の数 $P_2(x)$ は，

$$P_2(x)=\{M_2(x)-M_3(x)\}\ p_1(x)p_2(x),$$

また，　$P_n(x)=\{M_n(x)-M_{n+1}(x)\}\ p_1(x)p_2(x)\cdots\cdots p_n(x)$

こうして，子を生んだことのない女子と子を生んでその子をすべて亡くした母の合計の人口 $P(x)$ は次式で与えられる.

$$P(x)=\sum_{i=0} P_i(x) \qquad (11)$$

この結果を(9)に代入し，その結果(8)式により求める行列 V の要素 v_{ij} を求めることができる．また，行列 V の第一行 v_{1j} は(10)のように(11)を積分すればよい．

Ⅳ　要　約

従来，母子関係を表わす行列や世帯主と世帯員との年齢関係を用いた研究が散見されたが，本研究は家族や世帯など複数の人からなる集団を分子としてこれらを統一的に扱い，分子的人口構造論として体系化し，これにもとづいて人口動態事象と分子的人口構造とを関連づける分子構造変動モデルを提案し，若干の実際例を示すものである.

分子をその構造によって3類型に分類して，それぞれに対応する分子的年齢構造を示す行列を定義し，さらにその要素間の除算によって変換行列を定義した．変換行列は分子を構成する人口を表わすベクトルを相互に変換する機能をもち，通常の人口において定義される人口構造係数 $c(x)$ に相当するものである.

この変換行列をもちいて，ある事象の生じた分子を構成する人からなる人口（部分人口）の年齢構造と全分子の年齢構造が同じであるという仮定のもとに，その部分人口の年齢構造を推定することができるのである.

この分子構造変動モデルは，世帯規模別世帯数，世帯主率，同居可能率などの変動を記述するために用いることができる.