

期間合計特殊出生率と コーホート出生率の関係について

稲葉 寿

I

河野・石川¹⁾は、コーホート出生率の発生時期の変化が期間合計特殊出生率（以下TFRと略称する）に及ぼす影響に関して論じている。彼らはコーホート出生率の発動時期の遅れがTFRの減少をひきおこし、遅れが停止するとTFRがもとの水準へと回復すると結論している。このこと自体は経験的にはよく知られたことであるが²⁾、これまでかならずしも正しい定式がなされていなかったと思われるので、本稿では単純なモデルによってこの事実を再検討しておきたいと思う。

II

今、 $m(a)$ 、 $a \geq 0$ 、は年齢 $(a, a+da)$ の人口が単位時間あたりに生む子供の平均数を与える出生関数であるとする。一般に、 $m(a)$ は非負の連続関数であり、以下の性質をみだす。

$$(1) \quad 0 < \alpha < \beta < \infty \text{ が存在して, } m(a) > 0, \alpha < a < \beta, m(a) = 0, a \in [0, \alpha] \cup [\beta, \infty)$$

さらに簡単のため $m(a)$ はその最大値を区間 $[\alpha, \beta]$ の内点でとる単峰型の曲線であるとしよう（図1参照）。このときTFRは

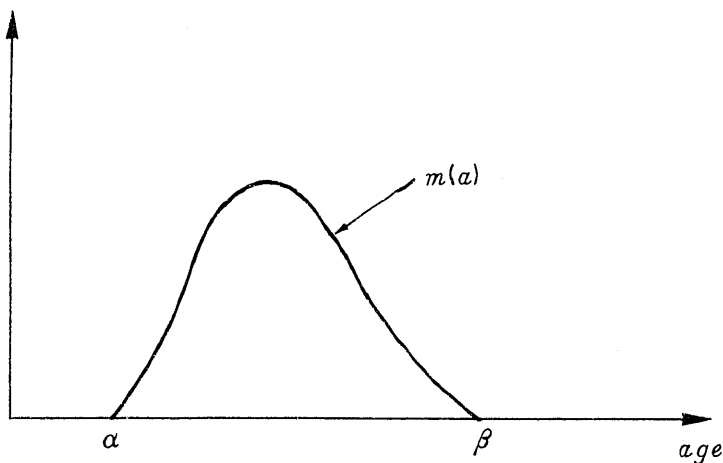
$$(2) \quad TFR = \int_0^{\infty} m(a) da$$

であたえられる。そこで次に時間 t に依存する出生率関数 $M(a, t)$ を以下のように定義しよう。

$$(3) \quad M(a, t) = \begin{cases} m(a - f(t - a)), & t - a \geq 0 \\ m(a), & t - a < 0 \end{cases}$$

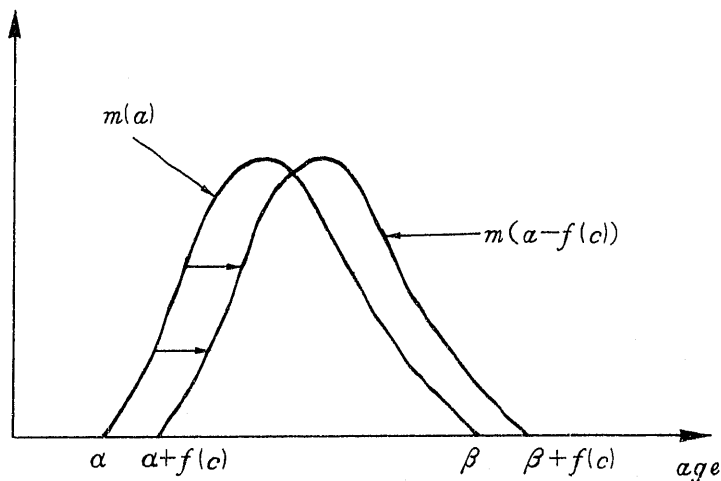
1) 河野稠果・石川晃、「出生力におけるタイミングとパリティ構造の分析」、『人口問題研究』、第174号、1985年4月、pp. 19-39.

2) 河野稠果他、「出生力の生物人口学的分析」、『人口問題研究所、特別研究報告資料、1984年1月31日、pp. 56-65.



(図1) 但し、ここで便宜上 $m(a) = 0$, $a < 0$ と $m(a)$ の定義域を延長しておく。また $f(x)$ は $f(0) = 0$ となる連続関数であるとする。このとき(3)は次のような状況を表現している。すなわち、時核 $t = 0$ 以後、生命線 (life line) $t - a = c$ ($c \geq 0$) 上の人口、いかえれば出生時刻が c であるコーホー

トの出生率関数が $m(a - f(c))$ で与えられる。従って $f(c)$ だけ出生率が平行移動 (age shift) するわけである (図2参照)。



(図2)

このコーホート上の人口の合計特殊出生率はあきらかに

$$(4) \int_0^{\infty} m(a - f(c)) da = \int_0^{\infty} m(a) da$$

で与えられる。以下ではこの想定のもとで TFR の変動を考える。時刻 t における TFR の値を $F(t)$ とおけば

$$(5) F(t) = \int_0^{\infty} M(a, t) da = \int_0^t m(a - f(t - a)) da + \int_t^{\infty} m(a) da$$

ここで $t - a = x$ と変数変換すれば、 x は出生年次を示す変数となり、以下を得る。

$$(6) F(t) = \int_0^t m(t - x - f(x)) dx + \int_t^{\infty} m(a) da$$

さらに $t - x - f(x) = s$ と変数変換すれば

$$(7) \int_0^t m(t-x-f(x)) dx = \int_{-f(t)}^t m(s) \frac{dx}{1+f'(x)} \leq \int_0^t m(a) da$$

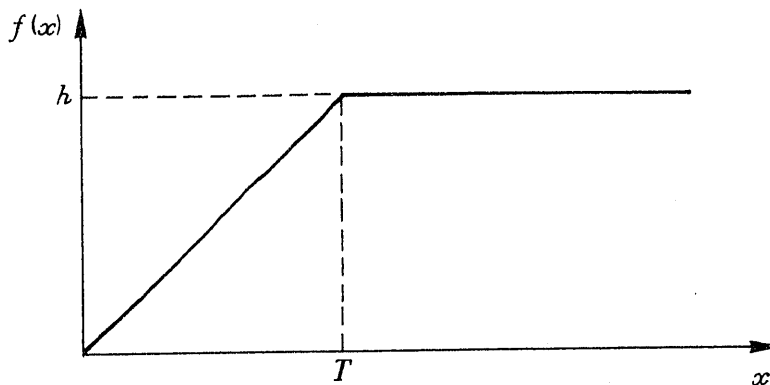
従って $f'(x) \geq 0$ であれば

$$(8) F(t) \leq F(0) = \int_0^\infty m(a) da$$

すなわち、シフト関数 f が非減少であれば TFR はその初期値 $F(0)$ をこえることはない。そこで $f(x)$ として以下のような単純な関数を想定して $F(t)$ の動きをより具体的に考えよう (図3参照)。

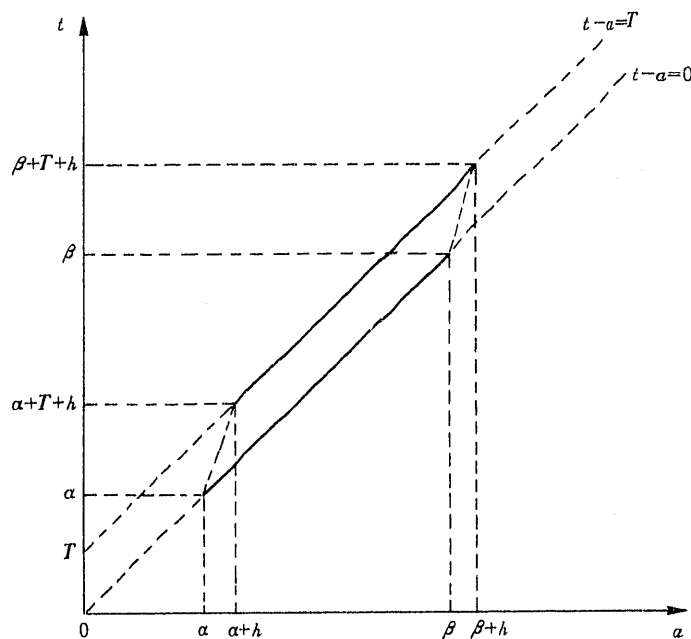
$$(9) f(x) = \begin{cases} \varepsilon x, & 0 \leq x \leq h / \varepsilon = T \\ h, & T \leq x \end{cases}$$

(図3)



すなわち、時刻 $T = h / \varepsilon$ までは一定速度 $\varepsilon > 0$ で m は生命線上で平行移動をおこし、 $t = T$ において移動は停止する (図4参照)。想定(9)のもとで $F(t)$ を計算すれば、

(図4)



$$(10) \quad F(t) = \begin{cases} \int_0^t m(t-x-\varepsilon x) dx + \int_t^\infty m(a) da, & 0 \leq t \leq T, \\ \int_0^T m(t-x-\varepsilon x) dx + \int_T^t m(t-x-h) dx + \int_t^\infty m(a) da, & t > T, \end{cases}$$

$$= \begin{cases} \int_0^t \frac{m(a)}{1+\varepsilon} da + \int_t^\infty m(a) da, & 0 \leq t \leq T, \\ \int_0^{t-T-h} m(a) da + \int_{t-T-h}^t \frac{m(a)}{1+\varepsilon} da + \int_t^\infty m(a) da, & T < t, \end{cases}$$

したがって t について微分すれば次式を得る.

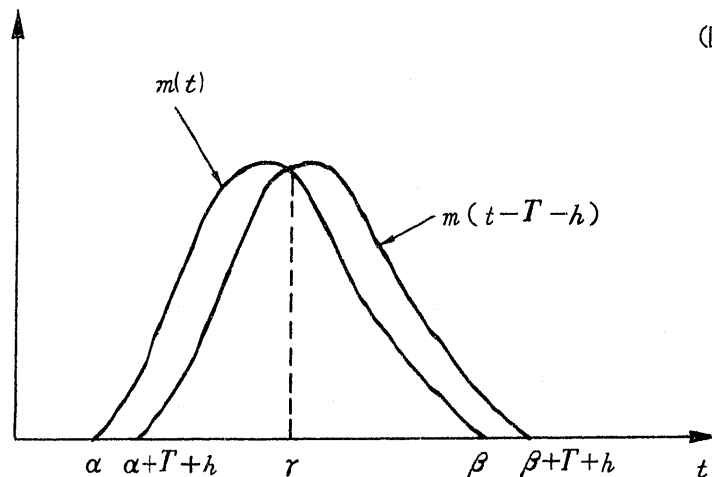
$$(11) \quad F'(t) = \begin{cases} -\frac{\varepsilon}{1+\varepsilon} m(t), & 0 \leq t \leq T, \\ \frac{\varepsilon}{1+\varepsilon} \{m(t-T-h) - m(t)\}, & t > T, \end{cases}$$

いま, $h+T < \beta - \alpha$ と仮定すれば

$$(12) \quad m(t-T-h) = m(t)$$

は唯一の実根 $t = r$ を有し, $\alpha + T + h < r < \beta$ をみたす (図5参照). したがって(11)によりただちに次の結果を得る.

$$(13) \quad \begin{cases} F'(t) = 0, & 0 \leq t \leq \alpha \\ F'(t) < 0, & \alpha < t < r \\ F'(t) = 0, & t = r \\ F'(t) > 0, & r < t < \beta + T + h \\ F'(t) = 0, & \beta + T + h \leq t \end{cases}$$

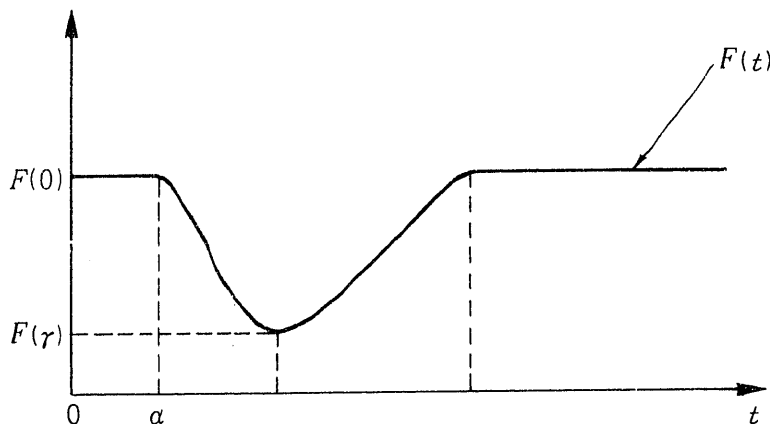


(図5)

よってこの場合 $F(t)$ の動きは図6のようになる。すなわち、 $t = \alpha$ より TFR の低下が始まり、 $t = r$ で最小値 $F(r)$ に達する。このとき

$$(14) \quad F(r) = F(0) - \frac{\epsilon}{1 + \epsilon} \int_{r-T-h}^r m(a) da \quad (\text{図6})$$

それ以後回復が始まり、 $t = \beta + T + h$ において初期の水準を回復する。もし $f \leq 0$ であれば逆に TFR は増加することは同様にして明らかであろう。さらに $M(a, t)$ が各コーホート上で一般の関数 $m(a, c)$, $t - a = c$ (c は出生年次) であたえられる場合は



$$(15) \quad F(t) = \int_0^{\infty} m(a, t-a) da$$

となるが、もはやこのような場合には $m(a, t-a)$ を具体的にあたえない限り $F(t)$ の動きを知ることとはできないことは言うまでもない。

III

TFR はその簡便さのゆえに出生力の指標としてきわめてよく使用される。しかし同時にそれが人口再生産の分析上有する欠点もまた早くから指摘されていた。そのひとつは TFR が人口が究極的には増加するのかまたは減少するのかということを判定するための臨界出生率 (critical fertility rate) を与えないことであり³⁾、この点に関してはロトカやクチンスキーによって導入された純再生産率 (net reproduction rate; NRR) の概念が基本的な役割を果たすことは周知であろう⁴⁾。因みに、2節における我々の計算は NRR にたいしても全く同様に実行される。ただし、その際注意すべきは、生残率が不変であればシフト f の下で NRR はもとの水準に復帰しないことである。これは生残率関数が狭義単調減少であることによる。したがってコーホート出生率の発動が遅延すれば自然成長率 (intrinsic rate of natural increase) によって示される人口再生産のポテンシャルは低下し、初期の水準を回復しない⁵⁾。

3) Song Jian and Yu Chinn-Yuan, "On Stability Theory of Population Systems and Critical Fertility Rates", *Mathematical Modelling*, Vol. 2, pp. 109-121, 1981.

4) Robert Rene Kuczynski, *Fertility and Reproduction*, Beitrage Zur Demographie Nr. 6, Akademie-Verlag, Berlin 1982. 但し、NRR の起源についてはいまだに定説がない。例えば以下を見よ。F.M.M. Lewes, "A Note on the Origin of the Net Reproduction Ratio". *Population Studies*, 38, 1984, 321-324. しかしながらその意義は安定人口理論の出現によって初めて明らかとなったのであって、その点に関するロトカの功績は疑問の余地がない。以下を参照。

Paul A. Samuelson, "Resolving a Historical Confusion in Population Analysis" in *Mathematical Demography*, Springer-Verlag, pp. 109-129.

5) 自然成長率がどの程度 Age Shift によって変化するかについては以下を参照。

W. Brian Arthur, "The Analysis of Causal Linkage in Demographic Theory". International Institute for Applied System Analysis, Laxenburg, Austria, RR-81-27, December 1981.

Nathan Keyfitz, *Applied Mathematical Demography, 2nd Edition*, Springer-Verlag 1985. pp. 120-125.

いまひとつの欠陥は、TFRがマクロな集計量であり再生産の内部構造を捨象していることである。前節のモデルはTFRの変動をコーホート出生率の変化の結果として理解しようとするものである。これは人口の再生産過程は基本的には加齢にともなって進行すること、したがってコーホートの観測された量のほうがより基本的であることを考えれば一見妥当な方策ではあるが、しかしコーホート出生率自体もまたTFRと同様にマクロな集計量であるという事実によってこのような試みの意義はなほだ疑わしいものになってしまう。事実コーホート出生率の決定には30年以上の観測期間が必要であり、当然のことながらそれに対する期間効果は無視出来ないほどおおきく、かつこれを分離識別することは困難であろう。すなわちコーホート出生率の決定メカニズムが知られなければ上記のような方策がTFR変動の理解に寄与する点はきわめて限られていることに注意する必要がある。