

書評・紹介

Hal Caswell,
Matrix Population Models,

Sinauer Associates, Inc. Publishers. Sunderland, Massachusetts, 1989, xiv+328pp.

「1969年、行列代数はいつか生態学において有用となるだろうと教えられたので、私はこの科目に関して一つのコースを選択した。(中略)しかし私はいらいらしてしまった。というもそれがどのように役に立つようになるのかさっぱりわからなかったからだ。私が P. H. レスリーの行列人口モデルに遭遇したのは、ようやくこのコースをめぐりぬけたあとであった。私はそれを研究し始めた；この本はその結果である。」

著者のハル・カスウェル(ウッズホール海洋学研究所)は上記のように本書の前書きを始めているが、今日行列モデルは経済学、社会学、人口学、数理生態学等において広く用いられるようになってきており、もはやその有用性を疑う者はいないと言ってよかろう。むしろ、こうした社会科学や生物学への応用が行列論や線形数学の進歩を促した側面がおおきいことは、経済学と非負行列の理論の関係などを考えればただちに首肯されるところである。しかしながらこれまで人口の行列モデルに関してはこれを体系的に論じた成書がなかっただけに本書出版の意義は大きいと言わねばならない。

本書は全体で10章と行列代数の基礎知識をまとめた Appendix から成っている。Introduction に続く第2章では人口学的概念と年齢構造を持つ人口の行列モデル(レスリー・モデル)の紹介にあてられている。人口学においては年齢階級がもつばらシステムを記述する「状態変数」となるが、一般の生物学的モデルにおいては年齢以外のライフサイクル変数(サイズや体重等)によって人口を記述するほうが適切である場合が少なくない。そこで第3章において人口構造を記述する変数としてどのようなものを選ぶべきかを論じている。しかしどのような状態変数を選ぶとしても、その人口システムが非負行列によって表現される以上共通の数学的構造をもっており、Perron-Frobenius の定理などによって解析することができる。第4章はそうした非負行列の理論およびスペクトル分解による基礎的結果(強エルゴード定理等)の紹介にあてられている。第5章は人口のライフサイクルのグラフ表現(これは行列表示と同値である)の分析をZ変換を用いて行っている。これは古典解析におけるラプラス変換に相当するものに他ならない。第6章は感度分析(sensitivity analysis)とその進化人口学(evolutionary demography)への応用を扱っている。人口学者にとっては人口動態の進化論的解釈は新鮮にうつるであろう。第7章は状態間推移行列の要素の統計的推定と最大固有値(Frobenius 根)の信頼区間の評価を論じている。第8章は時間的に変動する要素を持つモデルと確率的行列モデルを扱っている。特に Coale-Lopez の定理として知られるレスリー・モデルの弱エルゴード定理を示すための方法としてヒルベルト距離の紹介を行っている点が興味深い。確率モデルについては主に J. E. Cohen によって開拓されたマルコフ性仮定のもとでの確率的強および弱エルゴード定理、およびマルコフ的環境のもとでの人口成長の測度を論じている。

ここまでの線形モデルであり、最後の二章は非線形モデルを扱っている。非線形モデルは既にレスリーが検討していたが、本格的に研究されるようになったのはごく最近である。現実の人間人口等では非線形効果を同定すること自体が簡単ではないことが多いが、理論的には非線形モデルにおいては分岐やカオス等の多様な現象が出現する可能性があり、今後より一層の研究が必要であろう。最終章の第10章は両性モデルの検討にあてられている。離散的な両性モデルとしては Pollak のものがあるが、ここではより単純なモデルで定常解の存在と安定性を調べている。しかし両性モデルに関しても今後の研究にまつところが大きいといえよう。随所に生物学および人口学からとられた具体的な例と図表が挿入されており読者にとっては親切なおテキストに仕上がっている。

(稲葉 寿)