

# 死亡発生頻度時系列へのスペクトル解析適用の試み

—死亡発生頻度にはどんな周期性があるのだろうか？—

大場 保

### 1. はじめに

動物の中には月の公転周期と明らかに同期しながら生活している種がある。水辺で産卵する動物には大潮の晩に産卵場所に集まるものが少なくない。ヒトも動物であるから、月齢と出生・死亡の時期の関係があっても不思議なことではない。実際、「人は満ち潮とともに生まれ、引き潮とともに死んでいくもの」という医療関係者の言葉を耳にしたことも一度ならず経験している。とはいうものの、日本においては、人の死亡の周期性としては、1日、1週間、あるいは1年という周期が存在することは明かであるが、それ以外の周期についてはあるのかわからないのかははっきりしない。

ところで周期性の有無が明らかになったとしてどのような利点があり得るだろうか。仮にこれまでははっきりと知られていなかった周期性が明らかになれば、当然、それがいかなる原因によるものを明らかにする研究分野が開けてこよう。また、周知の周期であっても全ての疾病について定量的に分かっているわけではない。特定の疾病が何曜日・何時頃に多発し、いつ頃は少ないということが明らかになれば、医療機関側での対応もよりしやすくなる。また、その周期性がこれまでに注目されていなかった場合は、その疾病についての理解を深めるための一助となろう。

長期的な周期性が明らかになった場合には、別の面での利用可能性がある。日本では、毎年の平均寿命は上下に変動しつつ趨勢としては延長している。この上下動が周期的なものであれば、周期的な成分を合成したうえで将来に延長すれば、より精密な将来予測が可能となろう。実際、農作物の収量は、太陽の黒点の周期と同期して、不作の年が11年周期でやってくるといわれている。日本においては食糧はその多くを経済力によって諸外国から調達しているため、その影響は少ないかもしれない。しかし、世界的視野で考えれば、食糧生産量の多少が死亡率の変動に影響を与えているとしてもなんら不思議はない。世界の中の日本というものを考えた場合はその影響は考慮に値するものと思う。

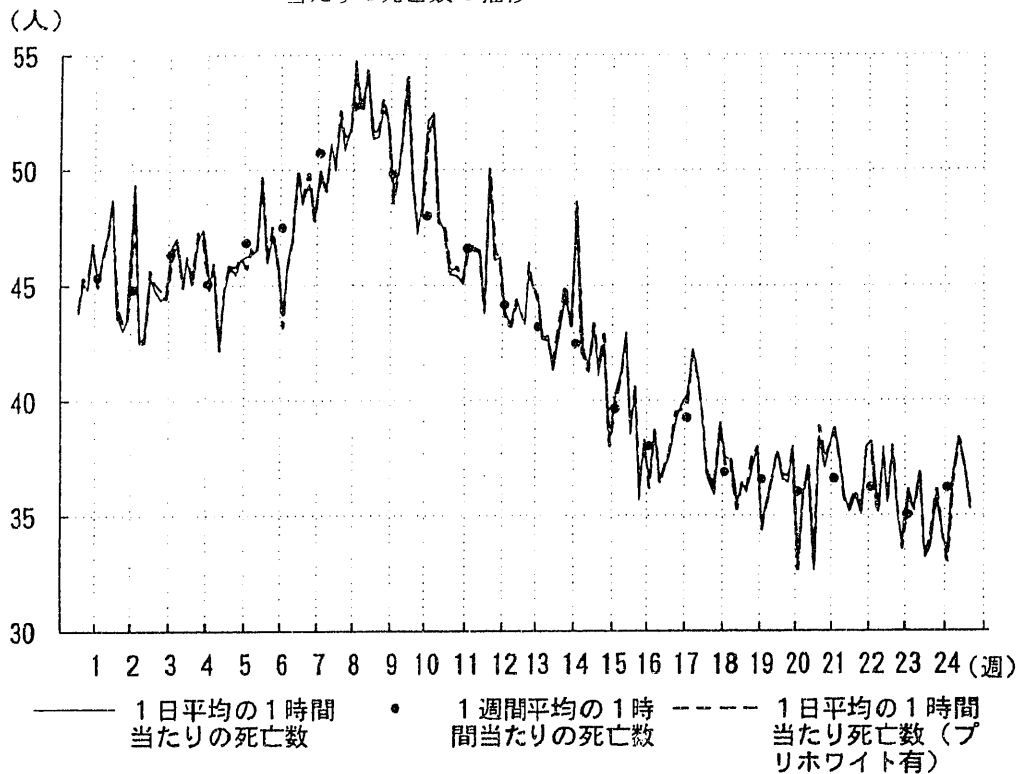
これらの疑問を明らかにするため、死亡発生頻度の時系列に対するスペクトル解析<sup>1)</sup>の適用を考え

1) スペクトル解析は工学系の分野ではポピュラーな解析手法であるが、人口学においてはこれまで用いられたことはないと思われる。そこで、スペクトル解析は何ができる解析手法であるのか簡単に触れておこう。

例として音とその周波数を取り上げよう。音は空間上のある1点における空気の密度変化である。これをマイクروفフォンによって電気信号に変換し、それをオシロスコープ等に流せばいかなる空気の振動がそこにあるのか見て取ることができる。音叉のように特定の波長のみ発生する機器からの音であればそこにきれいな正弦波が見られるであろうが、そうでなければそこに見られる波形は様々な周波数の音の合成波である。このような複数の波長の波からなる信号波を分析して特定波長の成分の強度を明らかにする解析手法がスペクトル解析である。例えばヴァイオリンの音は一つの「ド」という音にもいろいろな周波数の音を含んでいる。これにスペクトル解析を適用することにより、そこに含まれる1 kHzの音の成分の強さ、2 kHzの成分の強度等、広い周波数帯にわたって「ド」に含まれる波の強度をすべての周波数にわたって明らかにすることが可能となる。

参考文献：日野幹雄（1977）、「スペクトル解析」，朝倉書店。

図1 昭和50年1月1日(水)0時より4096時間(=約170日=約24週間、日本人、1/2サンプル)の1時間当たりの死亡数の推移



た. 死亡発生頻度の時系列をスペクトル解析することにより、「いかなる周期が存在し、いかなる周期は存在しないか」を明らかにしようというわけである. 今回, 実際のデータにこの手法を適用してみたので, 分析の結果と分析の際の問題点を報告する.

## 2. 対象とするデータ

今回はスペクトル解析の試験的適用ということもあり, 昭和50年の人口動態統計(死亡, 日本人, 個票, 全死因)の1/2サンプルについて1時間ごとに死亡数を集計した. このうち, 今回はプログラムの制約により, 最初の4096時間(約170日)までを対象とした. 4096という半端な数は, 後日適用し今回のMEM(後述)との比較を考えているFFT法(後述)が2のべき乗個のデータ数を必要とするためである. 1時間ごとの死亡数の24時間の平均を図1の実線に示す. 1日ごとに大きく変動しているのが分かる. 1時間ごとの変動はさらに大きいがここでは割愛した. また, 死亡の発生頻度というからには本来は総人口で除すべきだが, この程度の期間内であれば総人口の変動は少ないので, ここでは死亡数そのものを用いた.

## 3. 方法

スペクトル解析の手法としてFFT(Fast Fourier Transform), MEM(Max Entropy Method)などがあるが, 今回は分解能に優れるといわれるMEMを用いて1~2048時間にわたる波長におけるパワースペクトル<sup>2)</sup>を求めた. 計算プログラムは日野幹雄によるBASICプログラムパッケージ(朝倉書店)に若干の修正(ファイル出力ルーチンの追加, 配列サイズの変更等)を加えて用いた.

2) ある周波数の波の強さ.

ここに、周波数  $f (= \frac{1}{t}, t$  は波長) におけるパワースペクトル  $P(f)$  は、

$$P(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} |X(f)|^2$$

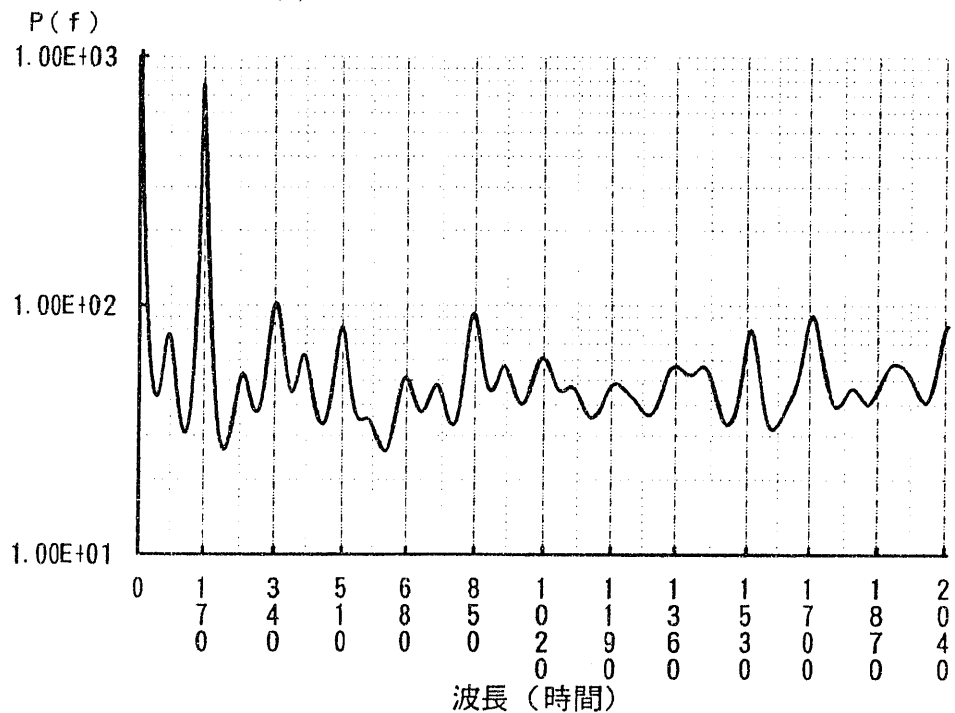
と表される。ただし、 $T$  は信号データ (時) 系列の区間長、 $X(f)$  は信号データ (時) 系列に含まれる周波数  $f$  のフーリエ成分 (波の振幅) である。

実際に MEM でパワースペクトルを求める際には、パラメータとして最大のラグと予測誤差フィルターの項数 (以下、 $m$  と略す) がある。ラグは、自己相関関数を求める際に元の波形とどれだけずらすかという値であり、最大限に取ればデータ時系列の長さまで取り得るが、今回は最大のラグは 2048 時間とした。 $m$  は 50, 100, 200 の 3 通りを与えてみた<sup>3)</sup>。その結果、後述のように 1 週間の周期の影響が強く現れたので、これを取り除いて他の周期を観察することを試みるべく、データ時系列に対してプリホワイトニング<sup>4)</sup>を試みた。図 1 に、プリホワイトニングした後のデータの 1 時間毎の死亡数の 24 時間の平均を破線で示した。

#### 4. 結果

昭和 50 年 1 月 1 日 0 時より 1 時間ごと 4096 時間の死亡発生数 (1/2 サンプル) についてパワースペクトルを求めたものが図 2 である。同じデータについて、 $m$  を 100 (図 3)、200 (図 4) と増やすに従い、それぞれのピークが高くなること、分解能が高まり細かい変動が見えてくること、が分かる。1 週間は 168 時間であるが、データ長が有限であることを反映してかほぼ 170 時間

図 2 死亡発生頻度のパワースペクトル (プリホワイト無,  $m=50$ )



- 3)  $m$  をデータ数である 4096 にすると、MEM は FFT と同じ結果を与える。
- 4) 特定波長の成分を予めデータから取り除くことを言う。白色化と訳される。プリホワイトニングは、以下の方法を用いてみた。
  1. 4096 時間通じての 1 時間あたりの平均の死亡数  $A$  を求める。
  2. 曜日ごとに、1 時間あたりの平均の死亡数  $B_w$  を求める。
  3. 各曜日の 24 のデータに対して  $A/B_w$  をかける。
 これにより、曜日による変動はなくなるものと期待される。

図3 死亡発生頻度のパワースペクトル(プリホワイト無,  
m = 100)

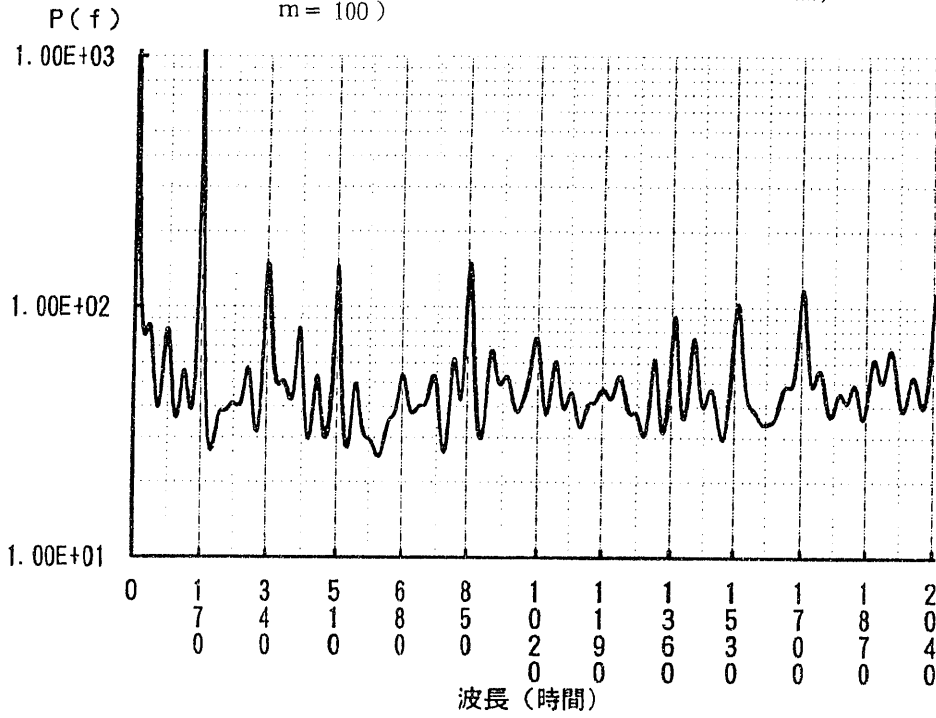
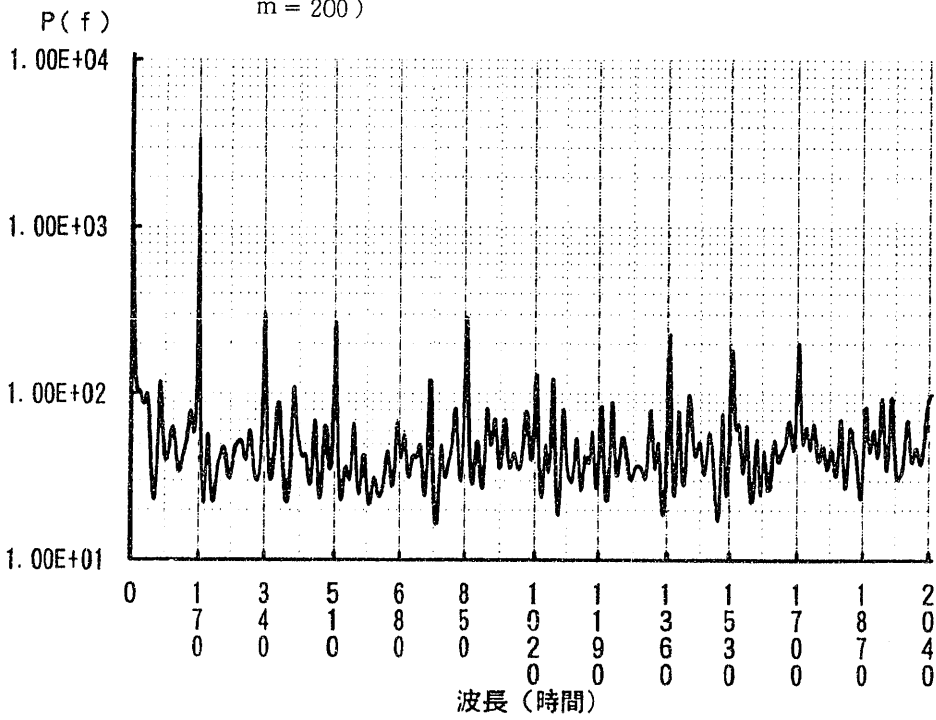


図4 死亡発生頻度のパワースペクトル(プリホワイト無,  
m = 200)



のところではスペクトルのピークがみられた。

1週間の周期にスペクトルピークが見られたことから、1週間の曜日ごとの死亡発生頻度を比べてみた。図5は、全体の平均に対する各曜日の24時間の平均値の多少を百分率で示している。約24週間の観察期間では僅かな差しか見られない。

$m=50$ のまま、プリホワイトを行ったもの（実線）が図6である。ここにプリホワイト処理をする前のグラフも点線で重ねて示した。1週間の中の曜日毎の変動を平均化してみると、これまでみられたピークが一斉に姿を消している。このことから170時間毎にみられたピークが、168時間の周期に発するものであることが分かる。170, 340, 510, 850, 1020, 1360, 1530, 1700, 2040のところでのピークはプリホワイトニングによってきれいになくなった。さらに、プリホワイトニング前の値からプリホワイトニング後の値を減じてみるとより明かとなる（図7）。図7は負の数値も含まれるため、これまでのグラフとは縦軸の目盛りの取り方が変わっているが、170時間毎のピークがあることがよく分かる。

一方、月齢との関係であるが、図2の4週間強のところにはピークがほとんど見られなかった。従って、今回の結果を見る限り、月齢との関係はなかった。

図5 曜日ごとの死亡発生頻度の変動

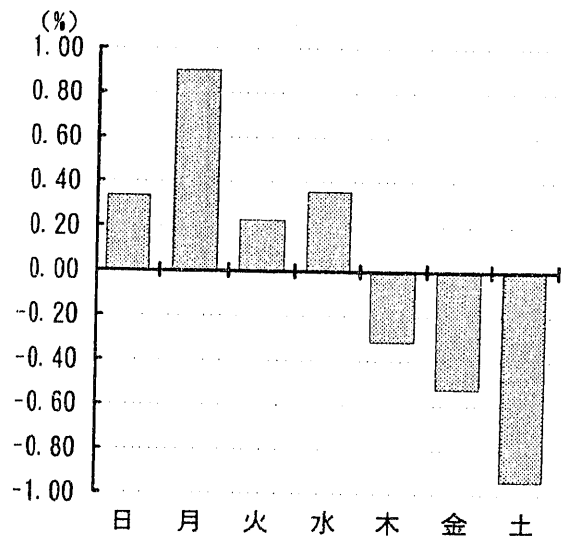
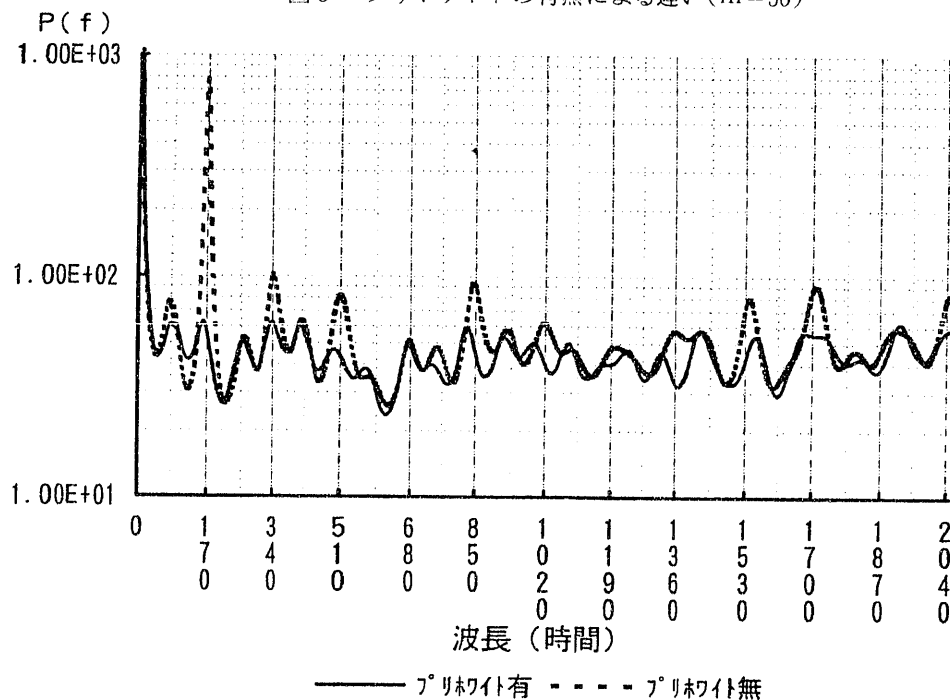


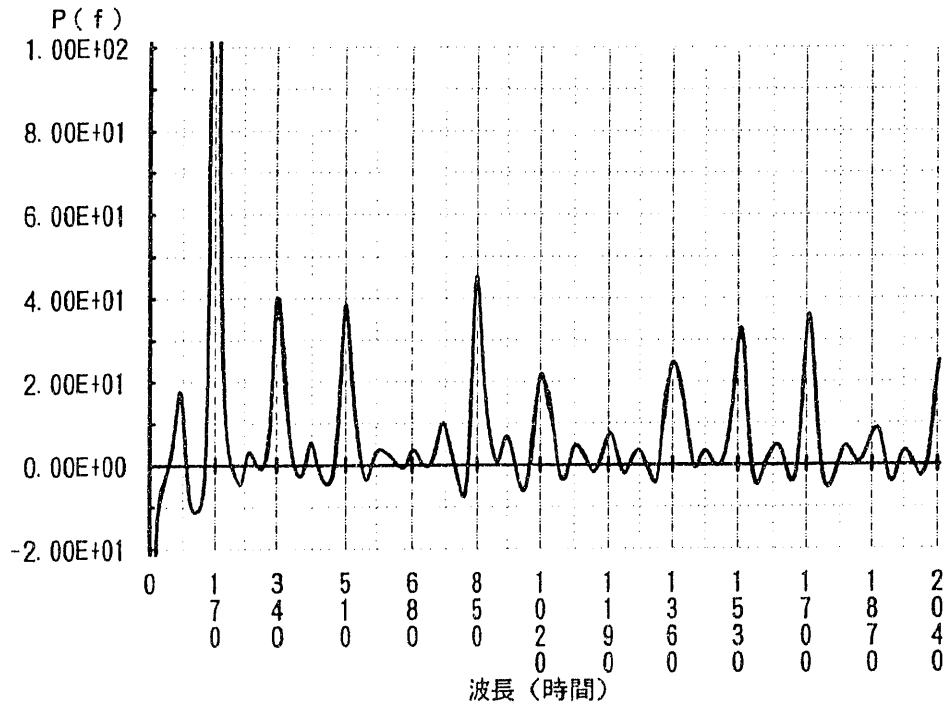
図6 プリホワイトの有無による違い( $m=50$ )



## 5. 考察

まず、今回の分析で明らかになったことは、1週間の周期性が強く現れたことである。これは当然予想されたことで、分析手法がそれを検出するのに十分であったことが示された。

図7 前処理なし—前処理あり



また、月齢と全死因での死亡とはほとんど関係のないことが今回の簡単な分析結果だけでも明らかになった。死因別にも順次解析していく予定であるので、死因別の死亡頻度の周期性についても明らかにできるであろう。

次に、本来168時間である1週間が、約170時間として現れたことについて考えてみる。フーリエ変換を行う際は、理想的に言うなら無限長のデータが必要とされる。現実にはそのようなものはなく、有限のデータ長にするほかはない。これが、スペクトルピークが波長の大きい方へとずれた原因かも知れない。この点に関しては、もう少し研究してみる必要がある。

さらに、1週間の周期波は完全な正弦波ではないため、これをスペクトルに分解した場合、そこに含まれる高次及び低次の成分が他の周期成分として現れることがスペクトルのグラフを読みとり難しくしている原因であろう。そこで今回用いたプリホワイトの手法のみならず、この点に関する解析手法をさらに改良して、1週間という1つの周期性が他の周期成分に影響を与えずに済むようプログラムを作成することが必要と思われる。

ところで今回はパワースペクトルのみを求めたが、パワースペクトルのフーリエ変換として求められる自己相関関数の値も同時に求め、どちらがより分かりやすい指標であるかを検討してみたい。FFTを適用してみると、死因別のスペクトルを求めてみることも今後の課題である。

パワースペクトルの単位についても考えておく必要がある。今回のデータは約170日間という短い期間であったので、死亡が発生する元の集団の数、即ち人口数で割ることはしなかったが、もっと長期にわたる際には死亡数を人口数で除して死亡発生頻度をデータとして用いる必要がある。その場合のパワースペクトルの単位（グラフの縦軸の単位）は、定義式に従えば、（死亡者数／母集団人口数）<sup>2</sup>／時間となる。しかし、実際には得られたパワースペクトルの絶対値が問題になるわけではなく、どこにピークがあったかが重要なのであるから、今回はグラフの縦軸目盛りにはそれを記さなかった。横軸は、周波数を取る場合が多いのであるが、今回はその逆数である波長（単位：時間）を用いた。

本研究を行うにあたって、スペクトル解析の手法は筆者が全くの独学で学んだものである。したがって、教科書とした日野（1977）に沿って計算プログラムを作成してはみたものの、それが正常に動作しているか否かを評価する方法としては、この本の巻末に紹介されていた BASIC プログラムパッケージを使い、これと比較する以外になかった。今回は、この BASIC プログラムパッケージを用いたが、扱えるデータ量、計算速度の点で不十分である。これと同じ結果を導き、扱えるデータ量、計算速度の点でより優れたプログラムを開発する必要がある。

最後に、死亡発生頻度の時系列をスペクトル解析する意義をもう一度考えてみたい。

まず、本法の大きな特色は、広い周波数帯に対してその周期は「ない」、と言い得ることである。「ある」と言うことは例を一つ挙げればそれで済むが、「ない」と言うことは一般には容易ではない。ネガティブなデータを十分に提示できる利点は、少なくないはずである。

しかし、最も大きな意義は、例えて言うなら、これまで虫めがねで観察していたものが顕微鏡で観察できることである。顕微鏡で覗いてみたらなにか見えるかもしれないし、見えないかもしれない。見えなければそれも一つの発見であろう。