

# 出生率の変動と社会保障

市 川 洋

( 筑波大学教授 )

## 1. 序論

西欧諸国では日本より一足先に人口の高齢化が進行し、それとともに社会保障財政の悪化が深刻化している。出生率の変動と社会保障の関係研究は、Samuelson, DiamondのO・Gモデル(Overlapping Generations Model)がこの分野の理論研究のはしりである。その後、西欧諸国の社会保障財政収支、国民負担とマクロ経済の関係を明らかにするシミュレーション分析と、理論モデルの深化の2方向へ研究は分化している。ここでは、今後高負担時代を迎える日本において、同様の研究が大いに進められる必要があると考えられる前者の方向の(1)AUERBACH-KOTLIKOFFの研究と、その理論的基礎の一部をなしている後者の方向の(3)ECKSTEIN-WOLPINの出生率を内生化したモデルの概略を紹介し、この分野の最近の実証および理論研究の状況をさぐることにしよう。

西欧諸国において、高齢化の進行にともなって年金、医療、福祉のための国民負担は次第に巨額となりつつある。社会保障のウェイトが小さい時代は、社会保障が消費、

投資、経済成長、利子率、負担率等に与える影響はそれほど大きくはなかった。社会保障は、それが他の部門に与える影響を、それ程考慮しなくても済んだ。しかし現在の西欧諸国では、社会保障は一つの巨大な分野を形成し、経済のほとんど全部門に影響を与えつつある。さらに、社会保障計画に決定的な影響を及ぼす基礎的要因は人口変動である。人口構造と社会保障を明示的に組込んだ総合的な経済計画の中で、年金計画等を考えねばならない。

これらの要望の一部に答えるのがシミュレーション・モデルである。ただし、シミュレーション・モデルは出生率変動を含む長期モデルであるため、実証モデルにはなっていない。すなわち、モデルのパラメータは観測値から推定されたものではなく、はじめから特定値に設定される。しかし設定値はアメリカ経済における実測値に近くきめられているので、資本形成、労働供給、賃金率、利子率と出生率変動およびそれへの対策としての社会保障制度の改革の間の関係が浮き彫りにされる。日本においても同様の研究が大いに進められることが望ましい。

シミュレーション・モデルは大型のO・Gモデルである。O・Gモデルの理論面は最適成長論と関連しているが、後半において定常均衡についての最近の研究成果を紹介する。

## 2. シミュレーション・モデル

AUERBACH-KOTLIKOFFのシミュレーション・モデルは3つのセクターから成っている。家計、政府および生産の各部門である。家計は55の世代、すなわち21歳から75歳までの世代に分れている。各々の世代は生涯消費と余暇からの効用を最大にするように労働、消費、貯蓄を行う。家計の行動は将来の状態があらかじめ全て分っているという前提の下に最大化をするものとする。すなわち、将来の賃金率、利子率、税率等を予見し得た上で家計は行動すると仮定する。労働の供給は、引退の決定を含めて内生的である。

家族の構成は次の通りである。子供は20歳に到達するまでは20歳以上の親に養育される。20歳から自分の家計が始まる。子供は各家計の消費の意志決定の下にあるものとする。家計は20歳から75歳までの成人の効用関数を最大にするが、効用は消費と余暇から発生する。子供は20歳の親が生み、親が40歳の時、子供は20歳に到達して独立して家計を形成する。効用関数の構造は、現在消費と将来消費の代替弾性値を0.25とし、現在の消費と余暇の代替の弾性値は0.8とする。子供の消費と余暇は、親の目的関数の中に入っているが、子供の成長につれ

てより多くの消費が行われるようになっていく。

特定の年齢の人々に支払われる賃金は、子供時代は急激に上昇し、中年に達するまでゆるやかに上昇をつづけ、その後ゆるやかに下降する。これは10歳台後半のパートタイムに始まり、60歳台におこるリタイアまでのアメリカの実態に合わせてモデルが作成されているためである。

本モデルにおける企業部門は、コブ・ダグラス型の1次同次生産関数で表わされる。投入は資本と労働である。産出における資本のシェアは0.25に設定されている。社会保障部門は別として、政府の政策は、一定のあらかじめ決められた財政支出を、赤字を出さないで比例的所得税でまかなうこととする。人口構造が変化する場合は、1人当りの政府支出が一定となるようにする。

社会保障部門は一定比率の賃金税でまかなわれる。年金給付は、ベースライン（基礎となる1つのシミュレーション）の前提では、老齢年金支給開始年齢を65歳とし、給付率は現役世代の6割とする。複雑さをさけるため、社会保障負担のシーリング（標準報酬月額上限）はないものとし、62歳から65歳までの間の減額支給も、ないものと仮定する。たま、社会保障負担の労働に対するマイナスのインセンティブもないものとする。

シミュレーションは人口変動についての2つのケースについて行われる。1つは“出生率 低位”のケースである。これは年率3%人口増の出生率から、定常人口（人口増減のない状態）の出生率に直ちに

低下し、その出生率が永続するものである。第2のケースは“出生率 低位—高位—低位”であって、まず最初の5年間で定常人口の出生率まで低下する。15年目まで人口ゼロ成長の出生率が継続した後、出生率は上昇し、20年目から35年目の15年間、元の高出生率が持続する。35年目から45年目にかけて、10年間で再び人口ゼロ成長の出生率に低下し、50年目まで継続する。50年目から125年目にかけて、人口が平坦な分布になるように、出生率は内生的に変動する。そして250年目に新定常状態に到達し、ここでシミュレーションは終了する。

50年目以降出生率を内生的に変動させるのは、出生率変動の影響の永続性を消すためである。実際の人口変動では、ベビー・ブームの影響は次世代へ“エコー効果”をひきずるけれども、両親の年齢分布に広がりがあるため、いつかは薄まってしまう。しかし本モデルの前提の下では、エコー効果は永続することになるので、50年から125年の75年間で人口構造が平坦化するようになり、出生率の方を内生的に動かすこととする。このことは、社会保障の重要な効果測定には大きな影響を与えていない。

このモデルでは不確実性がないものとされている。多くのO・Gモデルがそうであるように、各時点の消費者行動は、将来の利子率、税率、社会保障負担率、賃金率等の全要因をすべており込んで決定される。すなわち生涯の行動が、生涯効用を最大にするように、最初に決定されてしまう。このようなモデルでは、無限に遠い将来まで計算しないと、現在の行動は決定されない

ことになってしまうので、全計算は250年後に定常状態になった所で打切られる。いずれにせよ、このモデルの収斂計算は大型コンピュータの長時間使用を必要とすると思われる。

生涯の経済行動を、将来の状態を完全に見通したうえで、最初に決定してしまうこのモデルでは、すべての人は平均寿命である75歳まで生存し、平均寿命で死亡すると前提される。途中で死亡することをこのモデルにとり入れることは、将来の完全予見性の前提を崩すこととなるため、モデルをかなり複雑化するので、死亡については単純化の前提がおかれるのである。このため、定常状態の人口ピラミッドは完全な矩形形となる。

### 3. 出生率変動シミュレーション

シミュレーション結果は、以下表1から表7までに示される。まず表1は出生率の変動に基く長期の人口構造の変動を示している。低位シミュレーションでは収斂は速

表1 年齢別人口構成比 (%)

年次	出生率 低位				出生率 低-高-低			
	0~20	21~40	41~60	61~75	0~20	21~40	41~60	61~75
0	50	28	15	7	50	28	15	7
20	37	36	20	9	41	33	18	8
50	28	28	28	16	40	30	19	11
70	26	27	27	20	27	34	26	13
110	27	27	27	21	25	25	25	25
150	27	27	27	20	27	27	27	20

論文

表2 社会保障制度のない場合

年次	出生率 低位				出生率 低-高-低			
	貯蓄率 s	賃金率 w	利子率 i	限界税率 t	貯蓄率 s	賃金率 w	利子率 i	限界税率 t
0	% 7.6	1.00	% 9.9	% 15.0	% 7.6	1.00	% 9.9	% 15.0
1	6.1	1.00	9.9	13.0	6.2	1.00	9.8	14.7
5	6.6	1.00	10.0	12.4	6.7	1.00	9.9	12.7
10	7.4	1.00	10.0	11.8	7.7	1.00	10.0	12.1
20	7.9	1.02	7.4	11.6	8.7	1.02	9.3	14.1
50	3.0	1.10	7.3	10.6	4.3	1.04	8.9	11.8
70	Δ0.01	1.11	7.1	10.3	6.2	1.06	8.3	9.9
110	Δ 1.5	1.11	7.1	10.5	Δ 5.0	1.13	6.9	10.9
130	0	1.11	7.1	10.6	0	1.11	7.1	10.7
150	0	1.11	7.1	10.6	0	1.11	7.1	10.6

く、50年ではほぼ平坦な分布になる。70年ではほぼ完全な定常人口構造が完成する。低位-高位-低位シミュレーションは複雑である。50年後にベビー・ブームの効果が現われて、0~20歳の人口が増大していることが観察される。これは70年後の21~40歳までの年齢層のふくらみとなり、そして110年後の61~75歳の年齢層のふくらみとなる。出生率の異なる2つのシミュレーションの結果は、ベビー・ブームの影響が長い年月にわたってマクロ経済に大きな振れをもたらすことを示している。

人口変動のマクロ経済に与える影響は、表2からも読みとれる。このシミュレーションは初期の賃金率を1.0になるように単位が調整されている。政府余剰（資本ストック）は利子率*i*がほぼ10%に近くなるように設定され、政府の資本ストックは人口1

人当たりがコンスタントになるよう、両シミュレーションにおいて設定されている。

低位シミュレーションにおいて、5年ないし10年後に貯蓄率*S*の低下がみられるが、これは子供数減少により、その分の消費の必要性の減少によるものである。70年後に貯蓄率のマイナス値が現われるが、これは出生率が高かった頃の最後の世代が、貯蓄をとりくずして消費にあてるためである。低位-高位-低位シミュレーションにおいて、110年の貯蓄率がマイナスになっているのは、表1においてベビー・ブーム期に生れた人々が老齢に到達したため、この年にはリタイアした人口割合が大きくなっているためである。

出生率の変動が生涯効用に与える影響は、ここでは消費および余暇より発生する効用の生涯にわたる値を比較することにより測

定される。子供を生み育てることは、親に効用を与えると考えてよい場合が多いのであるが、一方では養育のために親自身の消費は切下げられる。子供をもつことが親の効用関数にとり入れられるモデルは、後にECKSTEIN-WOLPINのモデルで紹介する。AUERBACH-KOTLIKOFFのモデルでは、親の消費と余暇のみが親の効用関数の変数に採用されている。

表7に元の定常状態のコーホート（75年前に出生したコーホート）の効用を100%とした場合の、各コーホートの効用の増分を%で示す。75年前に生れたコーホートは、出生率の変動を受けない最後の世代である。第1列は社会保障制度がない場合の、定常状態のコーホートに対する出生率減の場合の効用増分の割合を示している。出生減は効用の増加をもたらすが、究極的には12.6%のアップとなる。このレベルの3/4に、-10年のコーホートが到達している。子供

数の減は、親の消費可能資源の増大をもたらすので、効用の増大をもたらすこととなる。低位-高位-低位シミュレーションにおいては、途中で発生する子供の増大のために、親の消費可能資源の減少がおり、今生れた親および10年後に生れた親の効用は低くなる。

賦課方式の年金制度を導入した場合のシミュレーションを表3に示す。年金制度がある場合は、貯蓄率が低下し、利子率は高くなっている。賦課方式年金制度がO・Gモデルにおいて貯蓄率と効用水準を引下げることについては、KOTLIKOFFが1979年の論文でくわしく論じている。社会保障負担率Cを別とすれば、貯蓄率S、賃金率w、限界税率tは表2と表3でその大まかな傾向は類似している。

社会保障負担の存在は、出生率が低下する場合、消費の増による成人の効用の増加を年金給付受給者対負担者の比率増大、社

表3 社会保障のある場合

年次	出生率 低位				出生率 低-高-低			
	貯蓄率 s	賃金率 w	限界税率 t	社会保障 負担 c	貯蓄率 s	賃金率 w	限界税率 t	社会保障 負担 c
0	6.8	1.00	15.0	5.2	6.8	1.00	15.0	5.2
1	5.5	1.00	12.9	5.2	5.5	1.00	14.7	5.3
5	5.9	1.00	12.3	5.3	5.9	1.00	12.6	5.2
10	6.7	1.00	11.7	5.4	6.8	1.00	12.0	5.3
20	7.0	1.02	11.6	5.6	7.8	1.02	14.1	5.5
50	1.7	1.09	10.8	10.1	3.6	1.03	11.8	7.5
70	△1.3	1.08	10.1	14.0	5.1	1.05	9.9	8.6
110	△1.5	1.07	10.1	15.0	△5.6	1.08	10.5	18.7
130	0	1.07	10.3	13.9	0	1.07	10.3	13.8
150	0	1.07	10.3	13.9	0	1.07	10.3	13.9

会保障負担率の増大がある程度埋めあわせる。これは表7の効用の増分を検討することにより明らかとなる。社会保障のない場合とある場合の増分を比較すると、大体の姿はやや似ているけれども、コーホートの利得は社会保障のある場合には一様に失われてしまう。失われる度合いは早いコーホートほど少く、後のコーホートほど大となる。

社会保障負担率Cは低位シミュレーションと低-高-低シミュレーションで大きく異なる。ベビー・ブーム期の影響は、低-高-低シミュレーションの場合、そのコーホートが働く時には負担率Cは低くてすむが、このコーホートがリタイアして受給者にまわった時に急激に高くなる。110年の山においては、Cは18.7%に達し、定常状態13.8%の36%増になる。

#### 4. 年金政策シミュレーション

租税および社会保障負担が過重になるのを防止する年金政策を採用した場合のシミュレーションを検討する。表4は老齢年金の給付率を、働らく世代の平均給与に対する比率（給付率）で考えて、60%から40%に初年度において切り下げた場合を示す。表3の負担率Cの13.9%は、表4の負担率Cの9.2%に低下する。Cに対する影響は直接的であるが、貯蓄率S、賃金率w等に対する影響は間接的である。給付切下げは、究極的には3%の賃金率の上昇をもたらす。表4を表3と比較すると、給付率の切下げは貯蓄率をわずかに引上げる。表7によれば、給付率引下げは0年に生存する老齢世

表4 給付率 60%→40%引下げ

年次	出生率 低位			出生率 低-高-低		
	S	W	C	S	W	C
0	6.8	1.00	5.2	6.8	1.00	5.2
1	6.6	1.00	3.5	6.7	1.00	3.5
5	6.8	1.00	3.5	6.8	1.00	3.5
10	7.2	1.01	3.6	7.4	1.01	3.5
20	7.3	1.03	3.8	8.1	1.03	3.7
50	3.0	1.12	6.7	4.5	1.05	5.0
70	△1.1	1.11	9.4	5.4	1.06	5.8
100	△0.3	1.11	9.4	△1.4	1.17	8.9
110	△1.5	1.10	10.0	△5.5	1.11	12.5
130	0	1.10	9.2	△0.1	1.10	9.2

表5 老齢年金支給開始年齢引上げ  
65歳→67歳

年次	出生率 低位			出生率 低-高-低		
	S	W	C	S	W	C
0	6.8	1.00	5.2	6.8	1.00	5.2
1	5.9	1.00	5.2	6.0	1.00	5.2
5	6.4	1.00	4.2	6.3	1.00	4.1
10	7.0	1.00	4.1	7.2	1.00	4.1
20	7.3	1.02	4.3	8.0	1.03	4.2
50	2.4	1.11	7.7	4.1	1.04	5.8
70	△1.2	1.10	11.6	5.3	1.06	7.2
100	△0.4	1.10	10.9	△1.5	1.12	10.1
110	△1.5	1.08	12.3	△5.6	1.10	15.9
130	0	1.09	11.0	0.1	1.09	11.0

代の生涯効用の低下をもたらすが、若いコーホートの生涯効用の改善をもたらす。

社会保障負担の過重をさける第2の政策は老齢年金支給開始年齢の65歳から67歳への引上げである。0年において直ちに引上げる場合のシミュレーション結果は表5に示されている。表には掲載されていないが、

この外に同様の支給開始年齢65歳を、アナウンスして20年後に67歳に引上げるケースのシミュレーションも行われた。生涯効用の-75年年台（0年に75歳で死亡するコーホート）との比較を表7で見ると、マクロ経済への影響と同様に、生涯効用への影響は、給付率の6割給付から4割給付への切下げよりも小さい。長期的には社会保障負担は11.0%となり、給付率の切下げの場合の9.2%よりも高くなる。同様に長期の効用の利得も8.9%であって、給付率の切下げの場合の10.2%より小さい。

表には掲げられていないが、第3の政策は年金給付に対して所得税を課税することである。この場合の税収は、年金給付の財源に投入されることとする。この課税は0年から開始されるものとする。この政策は、当初社会保障負担を引下げるが、マクロ経済への影響および生涯効用への影響は最も小さく、表2の値に最も近くなっている。これは、所得税率そのものが低いこともその原因の一部をなしている。

第4の社会保障負担の過重をさける政策は、積立金を保有することである。シミュレーションの行われる政策は、最初の20年間は社会保険料に更に1/3の追加料金を徴収して年金積立金を作ることとする。20年経過した後は、積立金は人口1人当りの値を一定値に保持して、この1人当りの一定値を超える収入は年金給付に使うことにする。シミュレーション結果は表6に示されている。

この政策では、20年目に社会保障負担率Cは0に近いレベルにまで低下する。年金

表6 年金積立金保有

年次	出生率 低位			出生率 低-高-低		
	s	i	c	s	i	c
0	6.8	11.1	6.0	6.8	11.1	6.0
1	5.9	11.2	7.0	6.0	11.1	7.0
5	6.4	11.2	7.0	6.4	11.2	7.0
10	7.2	11.1	7.1	7.5	11.1	7.1
20	7.5	10.2	0.0	8.5	10.1	0.9
50	2.1	8.0	5.3	3.4	9.5	1.8
70	△1.4	8.1	8.3	5.3	9.0	3.6
100	0.0	8.1	8.8	△1.6	7.6	8.7
110	△1.5	8.3	9.2	△5.6	8.1	13.2
130	0.0	8.3	8.4	0.2	8.4	8.6

受給者対就業者の比率が上昇するにつれ、負担率Cは限界値に近づく。長期の社会保障負担率Cは、出生率 低位 シミュレーションで8.4%、出生率 低位-高位-低位 シミュレーションにおいて8.6%前後と、外の全シミュレーション中の最低値となる。又、表7によれば、積立金保有シミュレーションは、社会保障制度を持つ全シミュレーション中で最大の生涯効用をもつ。同時に、この政策は全コーホートが出生率の変動に対して生涯効用（0年に75歳のコーホートと比較して）がプラスとなる唯一のものである。

ここで示された多くのシミュレーションによれば、出生率の変動がマクロ経済および国民福祉（生涯効用）に大きな影響を与えることが理解されよう。出生率の変動は、アメリカにおけるここ60年の実績値に近い値が設定されている。日本においても、昭和21~24年のベビー・ブーム期に生れた

論文

“団塊の世代”およびそのエコー効果が、マクロ経済および年金財政にどのような影響を与え、生涯効用がどう変化するか、これらの研究が多く研究者によって行われる必要がある。

5. 出生率を生内化したO・G理論モデル

O・Gモデルにおいて出生率nを生内化したモデルは興味深い。Eckstein-Wolpin (1985) のモデルを紹介しよう。

L 労働, K 資本,  $k = K/L$ ,  
 $F(K, L)$ 生産関数(1次同次),

$f(k) = F(K/L)$ とする。単一の生産された財が消費と投資に使用される。 $\delta$ を資本の減耗率とする。

個人は子供期, 就労期, リタイアした老人期の3つの時期をもつ。就労期に個人は1単位の労働を供給し, 生涯消費と子供数を決定する。子供はe単位消費し, eは定

数とする。個人は財貨を消費することと同様に, 子供をもつことによって効用を得る。

効用関数Uは

$$U = U(C_t^1, C_t^2, n_{t+1}) \quad (1)$$

$C_t^1$  はt世代の第2期(若者)の,  $C_t^2$  はt世代の第3期(老人)の消費とする。

$n_{t+1}$  はt世代の人々の子供数である。

t = 1 期には $N_1$ 人の若い人と $N_0$ 人の老人がいる。老人は $K_1$ 単位の資本財とともに,  $h_0 = H/N_0$ 単位の非償却資産(土地等)を持つとしよう。すべての人の効用関数は同じであって,  $N_t = n_t N_{t-1}$ 人の若者がいる。t期の資源配分には, 次の資源制約がある。

$$C_t^1 + \frac{C_{t-1}^2}{n(t)} + n_{t+1}e = f(k_t) + (1-\delta)k(t) - n_{t+1}k_{t+1} \quad (2)$$

左辺はt期の消費であり, 右辺は1人当り生産から(時期への投資マイナス資本減耗)を差引いた, 消費にまわる分である。

“定常配分”とは, (2)の変数がtに無関係

表7 コーホートの出生年次別 生涯効用の増分率(-75年コーホートを0.0とする)

コーホートの出生年次	出生率 低位					出生率 低位-高位-低位				
	社会保障なし	社会保障あり	給付率切下げ	支給開始年齢引上げ	積立金有	社会保障なし	社会保障あり	給付率切下げ	支給開始年齢引上げ	積立金有
-75	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-65	0.02	0.01	△0.16	0.01	0.01	0.01	0.01	△0.16	0.01	0.00
-50	0.16	0.12	△0.02	△0.00	0.06	0.11	0.08	△0.06	△0.04	0.03
-10	9.23	9.5	10.6	10.2	10.5	8.5	8.8	9.9	9.5	9.5
0	10.3	10.0	11.4	10.9	13.1	2.1	1.5	2.9	2.4	4.4
25	12.4	8.7	11.3	10.4	12.0	9.9	9.0	10.6	10.1	12.3
50	12.8	7.3	10.5	9.2	11.1	12.1	9.5	11.7	10.9	12.6
100	12.6	6.9	10.2	8.9	10.8	12.6	6.8	10.1	8.8	10.4
150	12.6	7.0	10.2	8.9	10.8	12.6	7.0	10.2	8.9	10.5



であることと定義する。

競争市場経済においては、 $t$  世代の若人は  $K_{t+1}$  単位の財を  $t+1$  期の生産のために貯蓄する。各々の若人は  $h_t$  単位の非減耗資産を所有し、その価格を消費財単位で表わすと、 $P_t$  である。 $t$  期に若人は 1 単位の労働を提供し、 $W_t$  の賃金を得る。 $t+1$  期に老人は  $L_{t+1}$  単位の労働を生産の目的で雇用し、賃賃料、非減耗資産売却等によって所得を得る。 $t-1$  期に生れた世代の目的（効用）関数と契約条件は次の通りである。

$$U(C_t^1, C_t^2, n_{t+1}) \quad (3)$$

$$C_t^1 = W_t - K_{t+1} - P_t h_t - e n_{t+1} \quad (4)$$

$$C_t^2 = F(K_{t+1}, L_{t+1}) - W_{t+1} L_{t+1} + (1-\delta)K_{t+1} + P_{t+1} h_t \quad (5)$$

変数は

$C_t^1, C_t^2, K_{t+1}, h_t, n_{t+1}, L_{t+1}$  である。

1 階の条件は次の通りである。

$$-U_1 + U_2 \{F_1(K_{t+1}, L_{t+1}) + (1-\delta)\} < 0 \quad (6)$$

$$-U_1 P_t + U_2 P_{t+1} \leq 0 \quad (h > 0 \text{ なら} =) \quad (7)$$

$$-U_1 e + U_3 = 0 \quad (8)$$

$$U_2 \{F_2(K_{t+1}, L_{t+1}) - W_{t+1}\} = 0 \quad (9)$$

$U_1, U_2, F_1, F_2$  は、効用関数、生産関数の第 1, 第 2 変数による偏微係数である。

(9)式から、実質賃金は労働の限界生産力に等しいことが分る。次の 3 条件を追加する。

$$(i) N_{t+1} = n_{t+1} N_t$$

$$(ii) L_t N_{t-1} = N_t$$

$$(iii) N_t h_t = H$$

“定常均衡 S E” とは、 $P_t, h_t, N_t$

を除くすべての変数が  $t$  に無関係であり、かつ  $P_t h_t = g$  が成立する場合をいう。一般に 2 つの均衡が考えられる。第 1 は  $P_t = 0$  従って  $g = 0$  となり、非償却資産に対する需要がない場合であり、第 2 は  $P_t > 0$  で、従って  $g > 0$  の場合である。S E においては、 $C^1, C^2, n$  は各世代について不変となる。そこで S E においては、1 階の条件は次の通りとなる。

$$-U_1 + U_2 \{f'(k) + (1-\delta)\} = 0 \quad (10)$$

$$-U_1 P_t + U_2 P_{t+1} \leq 0 \quad (g > 0 \text{ なら} =) \quad (11)$$

$$-U_1 e + U_3 = 0 \quad (12)$$

$$f(k) - k f'(k) - W = 0 \quad (13)$$

$g > 0$  の場合、S E においては、(i) と (iii) に  $g = P_t h_t$  を考慮して、非減耗資産の価格は人口成長率  $n$  に等しいことが分る。

$$P_{t+1} / P_t = n$$

条件 (10), (11) は、この場合競争市場経済が黄金律成長に収斂することを示している。

$$f'(k) = (n-1) + \delta \quad (14)$$

$$\frac{U_1}{U_2} = n = \frac{P_{t+1}}{P_t} \quad (15)$$

条件 (14) は標準的な黄金律、すなわち、資本の限界生産力（利子率）は人口成長率と償却率の和に等しい、ということを示している。条件 (15) は、2 つの期の消費の限界代替率は自然成長率に等しいことを示している。条件 (12) は (14), (15) とともに人口成長率を決定するが、それは若人期の消費と子供をもつこととの選択による。もし非償却資産がプラスに評価されず、

$g = 0$  の場合は、式 (10), (11) は

$$U_1 / U_2 = 1 - \delta + f'(k) > n$$

となる。これらのことを総合すると、出生率を内生化した場合でも、出生率が外生的なDiamondのモデルの基本的性格は変わらないことが分る。

定常状態の効用を最大にする問題は次のようになる。

$$\text{Max } U(C^1, C^2, n) \quad (17)$$

subject to

$$C^1 = W - T - nk - en \quad (18)$$

$$C^2 = n f(k) - n(W - T) + n(1 - \delta)k \quad (19)$$

$$k \geq 0 \quad n \geq 0$$

(18) と (19) は、配分条件(2)を分解したものである。Wは労働に支払われる賃金、Tは世代間の人頭税的な移転支出である。Tがマイナスならば給付、プラスなら税金となる。W > 0につき、“最大定常効用MSU”とは(18), (19)の条件下における(17)の解と定義する。ラグランジュ関数を微分して、MSUの1階の条件を次の通り得る。

$$n[-U_1 + U_2(1 - \delta + f'(k))] = 0 \quad (20)$$

$$-U_1 + nU_2 = 0 \quad (21)$$

$$U_3 - U_1(e + k) + U_2(T - W + (1 - \delta)k + f(k)) = 0 \quad (22)$$

Diamondの理論では、定常競争均衡が黄金律( $g > 0$ )に従うならば、均衡はMSUと同一である。このモデルにおいて、(14), (15)は(20), (21)と同じである。しかしこの場合は出生率に関する条件が異なる。以下定理を3つ結果のみ紹介しておく。

定理1 非償却資産がプラスに評価( $g > 0$ )される定常競争的配分は、定常効用を最大化しない。

定理2 2階の条件が全体的にMSUについて満されている時、非償却資産がプラスに価格付けられるならば、競争的定常配分はMSUよりも低い人口成長率である。

定理3  $g = 0$  の場合は、競争的定常均衡は、 $T \geq 0$  の条件下でMSUに等しい。この時、競争定常均衡の賃金はMSUのWに等しい。

この分野の論文はかなり発表されており、O・Gモデルは理論研究の方にウェイトがあるように思われる。年金問題の研究やシミュレーションは、必ずしもO・Gモデルによらなくてもよいけれども、人口、年金、医療、マクロ経済の2050年あたりまでの議論が可能となるようなモデルの開発がまたれると思われる。

### 参考文献

- 1) AUERBACH A. J. and KOTLIKOFF L. J., "Simulating Alternative Social Security Responses to the Demographic Transition" National Tax Journal 1985
- 2) DIAMOND P., "National Debt in a Neoclassical Growth Model" American Economic Review 1965
- 3) ECKSTEIN Z. and WOLPIN K., "Endogenous Fertility and Optimal Population Size" Journal of Public Economics 1985
- 4) KOTLIKOFF L., "Social Security and Equilibrium Capital Intensity" Quarterly Journal of Economics 1979
- 5) SAMUELSON P. A., "An Exact Consumption-loan Model of Interest With or Without the Social Contrivance of Money" Journal of Political Economy 1958
- 6) SAMUELSON P. A., "The Optimum Growth Rate for Population" International Economic Review 1975
- (7) 市川 洋 "2025年の社会保障負担" 計画行政 1985