

特集 I : 地域別将来人口推計

安定人口モデルと感度分析を用いた人口減少の分析

—地域間移動を考慮した理論構築への展望—

大 泉 嶺

本稿では、移動を考慮した一般化レスリー行列を導入し、出生・死亡・移動が人口減少に与える影響を感度分析によって考察する数理モデルの構築を目指す。感度分析とは安定人口モデルにおける内的自然増加率に対する各年齢の出生率や死亡率、移動率といったパラメータの偏微分係数を数値的に求める方法である。この数値が高いパラメータは人口減少への寄与が大きい事を表しているため、優先課題を定量評価する上で役立つと考えられる。またこの方法は、人口学のみならず、保全生態学などで絶滅危惧種の保護活動の指針にもなってきた。45年以上続く現代の日本の人口置換水準を下回る傾向は、経てきた時代ごとの程度の差はあれ人口減少へと向かう安定人口モデルと見なすことが出来る。そこで、全国の値を使ったレスリー行列の解析を引用しながら、地域間の出生と移動の差異が与える人口減少の影響をモデル構築と共に考察していく。

キーワード：少子化、レスリー行列、データ解析、マルコフ過程

I. 背景と目的

日本において、合計特殊出生率が人口置換水準を下回ってからおよそ45年が経とうとしている。この間、多くの学者、行政、メディアなどが少子・高齢化問題として要因分析や政策提言などを行ってきた。出生減の主な原因は晩婚・未婚者の増加であり、その要因は女性の就学・就業率の増加や男性における非正規雇用者の増大など多岐に渡る。しかし、多くの分析や言説にもかかわらず出生率は人口置換水準までの回復にも至っていない。そこには原因分析からそれを取り除く処方箋と繋がる、外科手術的方法では解決困難な社会科学的な難しさがある。具体的には、低出生の要因が女性の就学・就業や非正規雇用の増大だからといって、女性を家庭に戻すとか、高度経済成長期を再び起こすような政策は非現実的かつ現代の時代精神にも反することである。この問題の解決には新たに出生行動を高める社会的なインセンティブを見いだす事が必要であろう。

こうした長期的な低出生は、2010年以降日本の総人口の減少も引き起こしている（国勢調査を元にした場合）。少子化の解消はその要因除去に関する難題とは別に、結論は明確である。現在の初産年齢よりも若い年齢から女性が生涯にわたって多く（2人以上）の子供を出産する社会の実現である。それは、第一次ベビーブーム以前の日本や今尚出生率の

高いアフリカや東南アジア諸国の事例がそうである事を示している。これは人類に限ったことではなく生物全体に及ぶ。例えば、度々起こるネズミやイナゴといった生物の大量発生は、もともと成熟が早く、多産である生活史に加え、餌が豊富で死亡率が低下した状況に起こる事は広く知られた事実である。人口急増のメカニズムも基本的にはこれと同じであった。

こうした早熟・多産・少死構造が人口増加率を高める効果は、事例のみならず「最適生活史戦略の基本定理」として数理生物学では知られている (Taylor et al. 1974)。日本におけるかつての人口増加や現在も続く地球人口の増加も同様に早婚・多産とともに乳児死亡率の減少に起因する。しかし現代の日本では乳児死亡率はかつてに比べて低く、食料も十分であるにもかかわらず、少産となっている事がこの問題を複雑にしている。一方、出生率で見ると、日本の都道府県別合計特殊出生率は「人口統計資料集2019」によれば、2017年では1.21の東京都を最低値として沖縄県が1.94と最大値を持つ。人口置換水準を上回る自治体はないものの、出生率には高低差がある。少子高齢化という大きなパラダイムの中には地域特性や年齢などの微細構造があるようだ。

こうした微細構造の変化が人口減少にどれほど影響を与えるかを解析できれば、地域特性に合わせたきめ細やかでより具体的な分析および政策立案に貢献できるであろう。

本研究はこうした地域ごとの出生、死亡、移動の年齢構造から現在の人口減少への影響を定量的に評価するための数理モデルの理論構築と、解析手法の開発を目的とする。具体的には、個体群生態学や保全生態学などの生態学でよく用いられる感度分析を中心に展開を試みる。感度分析とは、安定人口モデルの内的自然増加率に対する各生活史パラメータ（出生率や生存率）の偏微分係数を数値的に求める方法である (Caswell. 2019)。この手法はレスリー行列の解析において初めて導入された (Caswell. 1978)。例えばある年齢の出生率が微小変化したとする。このときレスリー行列の内的自然増加率（支配的な固有値）を最も変化させる出産年齢は何歳であるかといった問題は、内的自然増加率を各年齢の出生率で偏微分したときの偏微分係数を比較する事で求める事が出来る。この手法はアカウミガメの保護 (Crouse, et al 1987) や環境変動における内的自然増加率への応答の研究 (Tuljapurkar 1982, Salguero-Gomez et al 2010) など様々な動植物の人口動態研究に影響を与えた。本研究もこれらの研究に倣い日本の人口減少における構造分析への応用を目指す。

II. 感度分析と実例

1. 感度分析とは

年齢構造モデルなどの安定人口モデルは行列を用いて表現される。ここに、既約¹⁾

¹⁾ (irreducible) な $n \times n$ 非負正方行列

1) 既約とは、行列 A が置換行列 P によって上三角行列に共役化されないような行列を指す

$$P^T A P \neq \begin{bmatrix} X & Y \\ 0 & Z \end{bmatrix} \text{ (Meyer 2000).}$$

$$\mathbf{A} := (a_{ij})_{1 \leq i, j \leq n}$$

を考える。この行列における、 k 番目の固有値を λ_k としたとき、それに付随した左右固有ベクトルをそれぞれ $V_k := (v_{ki})_{1 \leq i \leq n}$ 、 $W_k := (w_{kj})_{1 \leq j \leq n}$ とおくと、成分 a_{ij} における固有値 λ_k の偏微分係数は次で与えられる (Caswell 2019)

$$\frac{\partial \lambda_k}{\partial a_{ij}} = \frac{v_{ki} w_{kj}}{\langle V_k, W_k \rangle}. \quad (1)$$

これを成分 a_{ij} の固有値 λ_k に対する“感度 (sensitivity)”と呼ぶ。このとき $\langle \cdot, \cdot \rangle$ は内積を表す。一般に固有値 λ_k に対する全ての成分の感度はクロネッカー積 \otimes を用いて

$$S_k := \left(\frac{\partial \lambda_k}{\partial a_{ij}} \right)_{1 \leq i, j \leq n} = \frac{V_k \otimes W_k}{\langle V_k, W_k \rangle}$$

と表される事もあり、これを“感度行列 (sensitivity matrix) S_k ”と呼ばれている。レスリー行列をはじめとする行列形式の安定人口モデルは一般的には推移行列モデルと呼ばれており、基本的に行列 \mathbf{A} を定義に用いた非負性、既約性を持っている。この性質を持つ個体群動態モデルは初期人口ベクトル $P_0 := (p_j)_{1 \leq j \leq n}$ とおいたときに \mathbf{A} が対角化可能であるとすると、行列 \mathbf{A} が生成する時刻 t における人口 P_t は

$$P_t = \mathbf{A}^t P_0 = \sum_{k=1}^n \frac{\langle V_k, P_0 \rangle}{\langle V_k, W_k \rangle} \lambda_k^t W_k$$

と表される。また、固有値の番号 k を固有値の絶対値の大きさの順に付与する ($|\lambda_k| \geq |\lambda_{k+1}|$) と十分な時間が経過したとき、対角化出来るか否かに関わらず以下の漸近挙動が成り立つことが知られている

$$P_t \approx \frac{\langle V_1, P_0 \rangle}{\langle V_1, W_1 \rangle} \lambda_1^t W_1 \quad t \rightarrow \infty.$$

この事実はペロン-フロベニウス (Perron-Frobenius) の定理と呼ばれており (Meyer 2000)、本研究においても最も重要な役割を果たす。ここでポイントとなることは支配的な固有値 λ_1 は正の実単根であり、個体群動態を支配していることである。この固有値はレスリー行列における内的自然増加率 (intrinsic rate of natural increase) にあたる。つまり、支配的な固有値に対して感度が高い成分を見つけることは人口減少の主要因を探る手がかりと言えるだろう。

2. レスリー行列で見る感度の変遷

ここでは感度の観点から、戦後日本のベビーブーム、経済成長期、現代の人口動態に影響を与えた出生・死亡率の変化を、実データを元に解説していく。 a 歳における出生率

m_a を以下のように算出する

$$m_a := (1 - \text{乳児死亡率}) \times \text{女性の出生性比} \times a \text{歳の出生率.}$$

また、同年齢の生存率と生残率をそれぞれ

$$\text{生存率} : s_a, \text{生残率} : l_a := \prod_{x=0}^{a-1} s_x,$$

とすれば、レスリー行列の左右固有ベクトルは

$$\text{左固有ベクトル} : V = (v(0) \sum_{x=a}^{\omega} \lambda^{-(x-a)-1} m_x l_x)_{0 \leq a \leq \omega}, \quad (2)$$

$$\text{右固有ベクトル} : W = (w(0) \lambda^{-a} l_a)_{0 \leq a \leq \omega}^{\top} \quad (3)$$

と表現出来る。ここで、 $v(0)$, $w(0)$ は正の任意定数である。固有値は Euler-Lotka 方程式

$$\sum_{a=0}^{\omega} \lambda^{-a-1} m_a l_a = 1$$

の根として与えられることはよく知られた事実である。特に λ_1 関する固有ベクトルには左右それぞれ、“繁殖価 (reproductive value)”, “安定年齢分布 (stable age distribution)” と特別な名が付与されている。前述の感度の公式に従えば各出生率と生存率は以下で表される：

$$\frac{\partial \lambda_1}{\partial m_a} = \frac{v_1(0) w_1(a)}{\langle V, W \rangle}$$

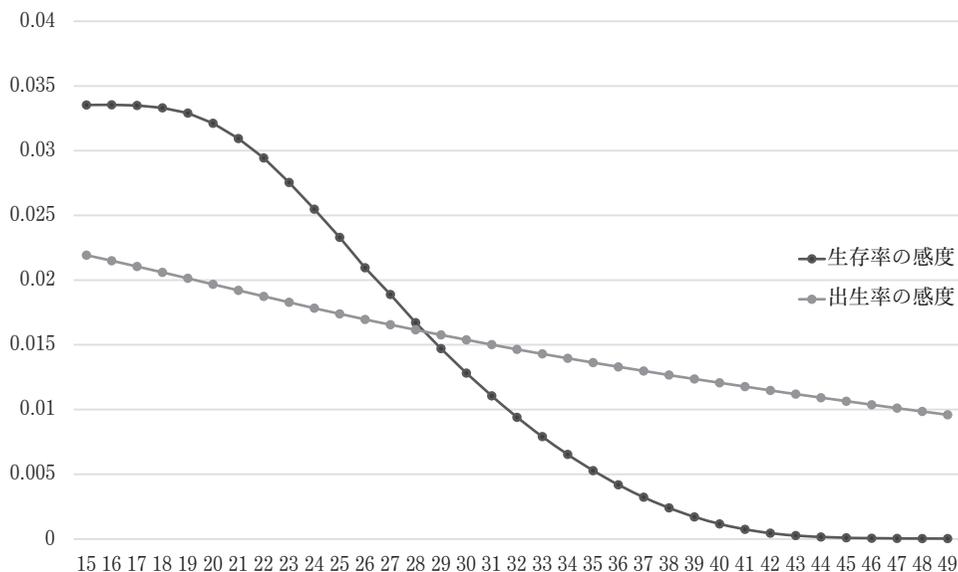
$$\frac{\partial \lambda_1}{\partial s_a} = \frac{v_1(a+1) w_1(a)}{\langle V, W \rangle}$$

レスリー行列の感度の特徴として、出生率の感度は安定年齢分布そのものが感度の大きさを表している。言い換えると安定年齢分布でボリュームの最も大きいコーホートの出生率の変化が最も影響すると言えるだろう。一方死亡率の感度に関しては安定年齢分布におけるボリュームの大きなコーホートの中で次年に繁殖価が高い年齢への生存率が最も大きいことが分かる。出生率の感度は安定年齢分布において0にならないコーホートには全て正の感度があるが、生存率に関しては再生産年齢を超えると全て0となることが分かる。つまり、50歳以上の女性の生存率は内的自然増加率には寄与しないことを意味している。長期的に見ると内的自然増加率は出生にのみ依存した人口増加率となる。出生率と生存率は定義が違うことから、比較できないと思われがちであるが、注意しなくてはならないのはどちらも単位は無次元である。もしこれらが異なる次元のパラメータであるとするなら、

レスリー行列モデルにおける両辺の次元がコーホートの人口で構成されるという事と矛盾してしまうからだ。

では、実際の感度を戦後の3時点で見よう。出生率に関しては人口統計資料集、生命表に関しては完全生命表のデータを用いた。対象となるのは、1947年、1970年、2015年である。これらは、出生率の増加・安定・減少局面にある時期になり、期間合計特殊出生率（TFR）はそれぞれ、4.54、2.13、1.45である（人口統計資料集参照）。これを数理人口学的に解釈すれば、 $\lambda_1 > 1, \lambda_1 \approx 1, \lambda_1 < 1$ となることは想像しやすいであろう。厳密には、基本再生産数（純再生産率）を計算すべきであるが直ぐ後に見るようにこの推察通りの結果となる。実際1947年は図1の様になる（大泉 2018）。

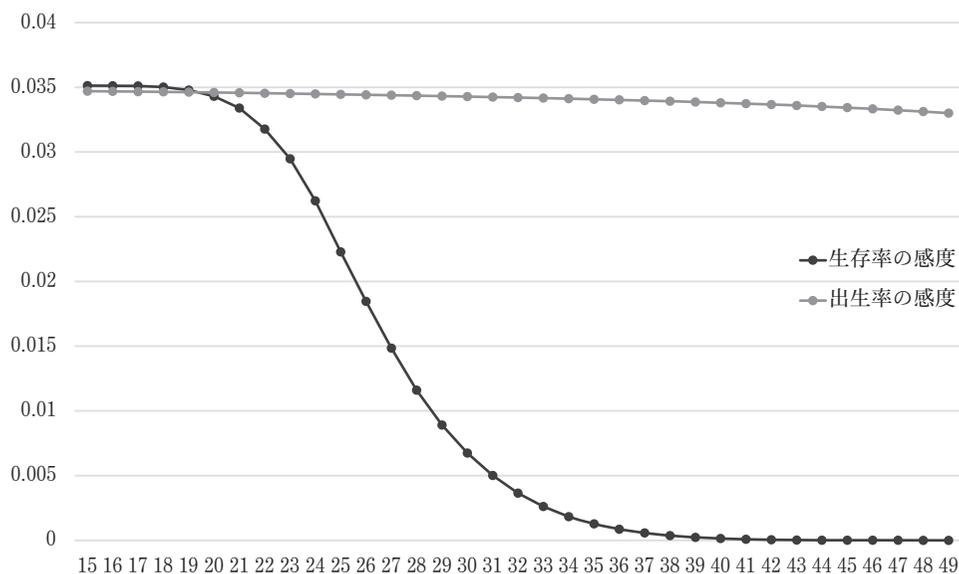
図1 1947年の内的自然増加率に対する感度 ($\lambda_0 = 1.02$)



TFR が高いこの年のパラメータからは、内的自然増加率は1.02であり、人口増加局面である。出生率の感度は先述のように、安定年齢分布そのものに依るので人口のボリュームが大きい若齢層の出生率の方が高い。この結果は λ_1 が1より大きいので式(3)より、加齢とともに単調に減少していく分布となる為である。特筆すべき点は、20代までの生存率の感度が出生率のそれを上回っているところであり、当時の「乳児死亡率の改善がより人口増加に寄与した」という通説と矛盾しないところである。このように感度分析は、出生数の増減の要因の差を定量化出来る強みがある。

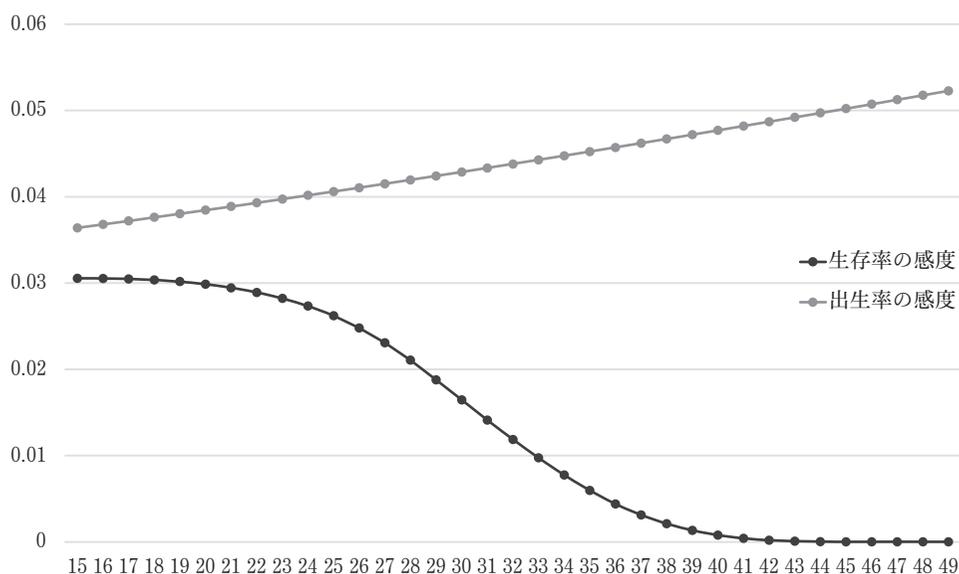
一方、1970年のデータを用いると内的自然増加率はほぼ1.00であり、この時代の出生・死亡動向が人口減少に向かう転換点であったことが窺える。感度に関してみれば、若齢層の死亡率の感度と出生の感度はほぼ同じであり、年齢層の違いによる出生率の感度の差は余り見られない（図2参照）。

図2 1970年の内的自然増加率に対する感度 ($\lambda_0 \approx 1.00$)



これは、安定年齢分布における世代毎の出生数の差がなくなることに因って引き起こされる。つまり、この時代のまま国民の出生・死亡に変化がなかったとすれば、いずれ人口の増加は微少で、コーホート間の人口差もなくなる安定的な人口規模を保つ事になる。その場合は出生に影響する若年齢層の死亡と再生産年齢の出生率の感度の差はほとんどないということである。

図3 2015年の内的自然増加率に対する感度 ($\lambda_0 = 0.99$)



最後に2015年のデータで他の2時点と同様の計算を行うと、 λ_1 が0.99となり、人口減少局面であることがここでも示される。十分時間が経てば、毎年1%程人口が減る計算となる。

人口減少局面では、若齢層の生存率の感度は、出生率のそれと比べて低く、逆に加齢と共に出生率の感度が上がる結果となっている。1947年では安定年齢分布の重み付けとなっている λ_1 が1より小さいため加齢と共に人口が増える形状になる。つまり、人口密度が大きい高齢層の出生率の改善が出生数減少に速効性がある事を意味している。人口置換水準を下回ることが40年以上続いている日本社会はすでに、人口減少局面におけるこうした安定年齢分布に人口構造が近づいてきている。2018年の出生数は90万人を割っており、急速な出生減に対応するためには、単純に「若く多く」の早熟・多産の社会を念頭に置くのではなくこうした年齢構造のボリュームから少子化対策の優先順位を考えることを感度分析は示唆している。

Ⅲ. 地域間移動を考慮した理論構築

前章では、全国のデータを例に感度分析の方法と有用性について論じてきた。感度分析は得られた調査結果を要因に分解するという社会科学の中心をなす帰納的方法とは異なり、人口動態に寄与する様々なデータを元に数理モデルを構築し、その寄与の度合いを定量的に評価する」数学的手法である。レスリー行列は出生と死亡過程のみで構成されているが実際の人口動態はこれに移動も加わる。さらに言えば、出生・死亡・移動も外部要因に加え、その時点の人口規模や過去の趨勢も考慮する必要があると考えられるが、本稿では閉鎖人口を仮定し国内移動を念頭に一般化レスリー行列（稲葉 1983, 石井 2006）を構成する。

1. 出生数の構成比一定の一般化レスリー行列モデル

女性コーホートの生活史は加齢とともに居住地の移動がある一定割合起こるとする。今、 a 歳の女性が j 県から i 県に移動する確率を $T_{ij}(a)$ とする、 j 県における同年齢の生存率 $s_j(a)$ を用いて i 県に移住出来る確率 $K_{ij}(a)$ は

$$k_{ij}(a) := T_{ij}(a) \times s_j(a)$$

と表せるものとする。ここで、時刻 t における a 歳で j 県に在住する女性コーホートの人口を $P_t(a, j)$ とおくと、翌年 i 県に移住した女性コーホートは以下の方程式に従う

$$P_{t+1}(a, i) = \sum_j k_{ij}(a) P_t(a, j). \quad (4)$$

一方、時刻 t における a 歳で j 県に在住する女性コーホートの翌年 i 県に再生産する出生率を $m_{ij}(a)$ とおくと、再生産過程は

$$P_{t+1}(0, i) = \sum_{a=0}^{\omega} \sum_j m_{ij}(a) P_t(a, j) \quad (5)$$

となる。ここで、一般的に地域間出生率 $m_{ij}(a)$ の ij は独立していないが、簡単の為に次のように分解できるものと仮定する

$$m_{ij}(a) = \phi(i) \times f_j(a).$$

$\phi(i)$ と $f_j(a)$ はそれぞれ i 県の全国における出生数の構成比と j 県における純粋な出生率とする。すると式(5)は

$$P_{t+1}(0, i) = \phi(i) \sum_{a=0}^{\omega} \sum_j f_j(a) P_t(a, j) \quad (6)$$

となって扱い安くなる。その理由については後に述べるとする。

こうして、人口動態を構成する式(4)及び式(6)が導出出来た。この二つを本稿では“出生数の構成比一定の一般化レスリー行列モデル”と呼ぶ。

2. Euler-Lotka 方程式と左右固有ベクトル

この節では、感度分析の核となる左右固有ベクトルを導出して、その構造を調べる事によって、移動の影響や数理モデルの性質を考えていく。

ではまず、右固有ベクトルの導出の導出から始めよう。固有値 λ と右固有ベクトル $w(a, j)$ は式(4)より次式に従う。

$$\lambda w(a, i) = \sum_j k_{ij}(a-1) w(a-1, j).$$

この式を帰納的に解くと以下を得る

$$w(a, i) = \lambda^{-a} \sum_j w(0, j) K(0, j \rightarrow a, i). \quad (7)$$

関数 $K(s, j \rightarrow a, i)$ は次で定義される

$$K(s, j \rightarrow a, i) := \begin{cases} \sum_{j_{a-1}} \sum_{j_{a-2}} \cdots \sum_{j_{a-s-1}} k_{ij_{a-1}}(a-1) k_{j_{a-1}j_{a-2}}(a-2) \cdots k_{j_{a-s-1}j}(s) & s < a-1 \\ \delta_{ij} & s = a-1 \end{cases}$$

これは s 歳で j 県に居住している女性が a 歳で i 県に生存して移住する確率を、起こりうる全ての移住履歴の和をもって表現したと解釈出来る (δ_{ij} は Kronecker のデルタ、Oizumi 2014)。式(7)を式(6)に代入すれば

$$\lambda w(0, i) = \phi(i) \sum_{a=0}^{\omega} \sum_j f_j(a) w(a, j),$$

左辺に i に依存する関数は $\phi(i)$ のみである事に注目し、任意定数 $w(0)$ を以下の様に定めると

$$w(0) = \lambda^{-1} \sum_{a=0}^{\omega} \sum_j f_j(a) w(a, j),$$

求める右固有ベクトルは

$$w(a, i) = w(0) \lambda^{-a} \sum_j \phi(j) K(0, j \rightarrow a, i) \quad (8)$$

である。 $w(0)$ の定義にこれを再び代入して整理すれば固有方程式

$$1 = \sum_{a=0}^{\omega} \lambda^{-a-1} \sum_i \sum_j \phi(j) K(0, j \rightarrow a, i) f_i(a) \quad (9)$$

が得られる。これが各地域の出生数の構成比が一定の場合の移動を考慮した Euler-Lotka 方程式である。このように、各地域の出生数の構成比が一定という仮定は親の居住地が子供の居住地に影響を与える事がないため、固有ベクトルを比較的整理しやすくなり、1世代の移動の効果だけで人口動態を考える事が出来る。この仮定による結果への影響は結論で論ずる。

次に左固有ベクトルの導出に移ろう。左固有ベクトル $v(a, j)$ は右固有ベクトルが満たす方程式の転置した方程式に従うので以下で与えられる

$$\lambda v(a, j) = \sum_l v(0, l) \phi(l) f_j(a) + \sum_i k_{ij}(a+1) v(a+1, i).$$

同様、帰納的に解くことが出来る。結果は

$$v(a, j) = v(0) \sum_{x=a}^{\omega} \lambda^{-(a-x)-1} \sum_i K(a, j \rightarrow x, i) f_i(x) \quad (10)$$

となり、ここで

$$v(0) := \sum_l v(0, l) \phi(l)$$

は任意定数である。

$\lambda = \lambda_1$ であるとき、式(8)および式(10)はそれぞれ安定地域別年齢分布、と地域別繁殖価である事は式(2)、(3)と比較して分かる。レスリー行列との違いはこれらが移住履歴の確率分布に依存している点である。そして繁殖価値に関しては0歳繁殖価の扱いを巡って単なる定数だったものと異なり、出生数の構成比一定の一般化レスリー行列モデルは地域毎に値の異なる繁殖価を持ちうる。これは、感度の観点からも、年齢構造だけでなく、地域毎に出生率や移動率の感度が異なる可能性を示唆している。

3. 感度

我々は今、感度を構成する左右固有ベクトルを導いた。出生率の感度は以下の様に求まる

$$\frac{\partial \lambda_1}{\partial f_j(a)} = \frac{v_1(0)w_1(a, j)}{\langle V_1, W_1 \rangle}. \quad (11)$$

証明：

一般化レスリー行列 L を以下とおく

$$L := \begin{bmatrix} M_0 & \cdots & \cdots & M_\omega \\ K_0 & O & \cdots & O \\ O & \ddots & \ddots & \vdots \\ O & O & K_\omega & O \end{bmatrix}, M_a := (\phi(i)f_j(a))_{1 \leq i \leq n}, K_a := (k_{ij}(a))_{1 \leq i, j \leq n}$$

ここで、 j 県の出生率に微小変化 $\Delta f_j(a)$ を考える。その変化分を ΔL 、固有値の微小変化分を $\Delta \lambda_1$ 、右固有ベクトルの変化を ΔW_1 とすれば、固有値と固有ベクトルの関係は次のようになる

$$\Delta \lambda_1 W_1 + \lambda_1 \Delta W_1 = \Delta L W_1 + L \Delta W_1.$$

このとき、両辺に左固有ベクトルを作用させると、

$$\Delta \lambda_1 \langle V_1, W_1 \rangle + \lambda_1 \langle V_1, \Delta W_1 \rangle = \langle V_1, \Delta L W_1 \rangle + \lambda_1 \langle V_1, \Delta W_1 \rangle$$

となるので、両辺を整理して

$$\Delta \lambda_1 \langle V_1, W_1 \rangle = \langle V_1, \Delta L W_1 \rangle \quad (12)$$

を得る。いま ΔL は

$$\Delta L = \begin{bmatrix} O & \cdots & \Delta M_a & O \\ O & O & \cdots & O \\ O & \ddots & \ddots & \vdots \\ O & O & O & O \end{bmatrix}, \Delta M_a = \begin{bmatrix} O & \cdots & \phi(1)\Delta f_j(a) & O \\ O & O & \vdots & \vdots \\ O & \vdots & \vdots & \vdots \\ O & O & \phi(n)\Delta f_j(a) & O \end{bmatrix}$$

であるから、

$$\langle V_1, \Delta L W_1 \rangle = \Delta f_j(a) \sum_i v_1(0, i) \phi(i) w_1(a, j) = \Delta f_j(a) v_1(0) w_1(a, j)$$

となる。よって(12)式を整理し、 $\frac{\Delta \lambda_1}{\Delta f_j(a)} \rightarrow \frac{\partial \lambda_1}{\partial f_j(a)}$ とすれば、結論を得る。証明終了。

このように、どの地域の出生率の感度も、繁殖価値の値の影響を受けず、安定年齢居住分布の密度の高さに依存する。この構造はレスリー行列の構造と同じである。

一方、移動率の感度に関しては、式(1)がそのまま使えるので、

$$\frac{\partial \lambda_1}{\partial k_{ij}(a)} = \frac{v_1(a+1, i) w_1(a, j)}{\langle V_1, W_1 \rangle} \quad (13)$$

となる。移動率に関しては安定年齢居住分布の高い地域から翌年最も繁殖価が高くなる地域への移動が人口減少への寄与が大きいことが分かる。

IV. まとめ

安定人口モデルは最も単純化された人口動態モデルの一つである。得られたデータが今後変化しない事を前提にしている点で、コーホート TFR と期間 TFR を区別したりはしない。そうした点だけでも、このモデルは人口動態を正確に投影するモデルではない。安定人口モデルは現状分析の為のモデルである。1947年、1970年、そして2015年といった人口に関するデータは複雑な社会と環境の相互作用が生み出す瞬間的なスナップ写真のようなものである。本研究はそうしたスナップ写真の各時点から、人口動態を牽引した年齢層の出生・死亡・移動といった要素を定量的に取り出すことにある。内的自然増加率は次の瞬間人口が増加に向かうのか、減少に向かうのかを教えてくれている。TFR もその役割を持っているが、この指標には世代間の人口構成の差は現れない。例えば、生命表が完全に同じである二つの社会があるとすると、一方は30歳を迎える前に期間 TFR が1.41に達する社会（その後の出生は無いとする）、もう一つは49歳までで1.41に達する社会とする。TFR だけではこの二つの社会の人口動態の違いを説明する事は出来ない。しかし、Euler-Lotka 方程式から内的自然増加率は明確にこの構造の違いを受ける。なぜなら、この二つの社会は出生の完結年齢から世代時間に差が生まれるからである。

出生・死亡・移動の年齢構造に敏感に応答する内的自然増加率に対して、感度分析は人口動態の瞬間的な増減要因を数値的に特定することに長けている。一方で、このような瞬間的な要因が分かったところで、ベビーブーム世代や丙午世代など多様なコーホート抱える日本の人口構造では政策決定や少子化の背景そのものに結びつかないとの批判もあるかもしれない。確かに非周期的にベビーブームや、災害による大量死が起こるような社会を対象とした感度分析は一時的な構造しか示せないだろう。一般的に人口動態は複雑系であり単調に増加または減少し続ける事はあり得ないと考えられている。だが、45年以上人口置換水準以下の出生行動が変化していない日本にとっては、その程度の差はあれ、現代は安定人口モデルの構造と大きく変わりの無い動態と考えられる。そのため感度分析による現状分析は十分役に立つと考えられる。

本研究では、移動を考慮したレスリー行列を構築し、左右固有ベクトルを導出することで移動率や地域毎の出生率における人口減少への影響を定量評価する感度の公式を導いた。

そのとき、出生数の構成比一定という仮定を用いた。現実の社会では出生行動と移動行動は常に同時に起こっており、また地域間出生率は出生数の構成比を一定として分解できないであろう。それは、親が居住している地域が子どもの出生地に少なからず影響を与えるという自然な仮定に基づく。この場合親の居住地も当然その親（祖父母）の居住地の影響を受ける構造になり、出生数の構成比は $\phi(i)$ ではなく親の出生地が子の出生地を決める世代間の方程式を考慮しなければならない。そうすると、出生率や移動率の感度は地域毎に異なる0歳繁殖価と出生数の構成比に依存したより複雑なものになる。現在それについては解析中である。この仮定の違いが結論に与える影響は地域別に見た感度全体の大小関係だと考えられる。年齢別に見れば、繁殖価に依存した移動率の感度は若い世代の移動の重要性を示し、安定年齢居住分布に依存した年齢別出生率の感度はその構造のみに依存することは変わらないからだ。

文献

- Caswell, Hal. (1978). A general formula for the sensitivity of population growth rate to changes in life history parameters. *Theoretical population biology*, 14(2):215-230.
- Caswell, Hal. (2019) *Sensitivity Analysis: Matrix Methods in Demography and Ecology*, Springer
- Crouse, Deborah T and Crowder, Larry B and Caswell, Hal (1987) A stage-based population model for loggerhead sea turtles and implications for conservation
- Meyer, Carl D (2000) *Matrix analysis and applied linear algebra*, Siam vol.71
- Oizumi, R. (2014). Unification theory of optimal life histories and linear demographic models in internal stochasticity. *PLOS ONE*, 9(6):e98746.
- Salguero-Gomez, R. and De Kroon, H. (2010). Matrix projection models meet variation in the real world. *Journal of Ecology*, 98(2):250-254.
- Taylor, H., Gourley, R., Lawrence, C., and Kaplan, R. (1974). Natural selection of life history attributes: an analytical approach. *Theoretical Population Biology*, 5(1):104-122.
- Tuljapurkar, S. (1982). Population dynamics in variable environments. iii. evolutionary dynamics of r-selection. *Theoretical Population Biology*, 21(1):141-165.
- 石井太 (2006) 「多地域人口モデルにおける人口モメンタムの分析」『人口学研究』第38号, 1-20.
- 稲葉寿 (1987), 「多次元安定人口理論の数学的基礎 I : 古典論」『人口問題研究』第184号, 52-77.
- 大泉嶺 (2018) 「安定人口モデルによる少子・高齢化構造の解析」『国際的・地域的視野から見た少子化・高齢化の新潮流に対応した人口分析・将来推計とその応用に関する研究 平成29年度総括報告書』 pp.157-166
- 国立社会保障・人口問題研究所 人口統計資料集2019 :
<http://www.ipss.go.jp/syoushika/tohkei/Popular/Popular2019.asp?chap=0>
- 厚生労働省 完全生命表 :
<https://www.mhlw.go.jp/toukei/saikin/hw/life/22th/index.html>

Analysis of Population Decline Using Stable Population Model
and Sensitivity Analysis
-Prospects for Theory Construction Considering Migration
between Regions-

OIZUMI Ryo

In this paper, we introduce a generalized Leslie matrix with migration and aim to construct a mathematical model that analyzes the effects of birth, death, and internal migration on population decline by sensitivity analysis. Sensitivity analysis is a method of numerically calculating the partial derivative coefficient of parameters such as birth rate, mortality rate, and migration rate for each age concerning the intrinsic rate of natural increase in a stable population model. Parameters with high values indicate that they have a substantial contribution to population decline, and thus are considered useful for quantitative evaluation of priority issues. This method is not only used in demography but also in conservation ecology. It has also been a guide for endangered species protection activities. The tendency to fall below replacement-level fertility, which has continued for more than 45 years, can assume to be a stable population model that is heading toward population decline, depending on the age of the population. Therefore, while citing the analysis of Leslie matrices using values of all Japan, we will discuss the effects of population decline due to differences in births and migration between regions, together with the model construction that we aim to.

Keywords: Declining birth rate, Leslie matrix, Data analysis, Markovian process