

年齢別出生率の将来推計システム

金子 隆 一

はじめに

本稿は昨年(1992年)公表された「日本の将来推計人口」¹⁾、および「都道府県別将来推計人口」²⁾に用いられた出生率の将来推計システムの技術的側面について論ずることを目的とする。ここに紹介される出生率の将来推計システムは、わが国における人口の将来推計のための出生率推計手法ならびに分析手法に新たな枠組みを与えることを目的として提案されるものである。

わが国人口の将来推計において、出生力は他方の(自然)動態事象である死亡に比べ年々の変動の幅は大きく、合計特殊出生率などの出生力マクロ指標は一定のトレンドを示すものの、その趨勢から将来を見通すことは難しい。また、各種の統計調査によって得られる個人の出生歴や出生意欲など出生行動に関連したミクロ指標も、そのままでは将来の出生率の姿を描き出してはくれない。こうしたマクロやミクロの有用な情報を将来の出生率の予測につなげるためには、それらを変数として構成要素に含み、相互作用を体系的にシミュレートできるような数理的システムが必要である。

ここでは、そのようなシステムの一つとして女子の年齢別出生率のモデルを中心としたシステムを紹介する。それは、女子の出生コーホート³⁾の出生行動の特性(完結レベル、時期、速度)を将来の年次の年齢別出生率に変換、投影するものである。

以下では、I章においてシステムのベースとなる年齢別出生率モデルの選択と補整について論じる。II章ではそのモデルのパラメーターの推定および設定法を論じる。そしてIII章において実際に将来のコーホートおよび年次別の年齢別出生率を推計した例を紹介する。さらに、IV章で現在のシステムの課題について若干の考察を与える。

I 年齢別出生率モデルの選択と補整

一般に人口の将来推計においては、将来の各年次の女子の年齢別出生率が必要とされる。今回のシステムでもこれを推計することが最終的な目的となる。そこでは年齢別出生率のモデルは中心的な役割を果たす。本章では、推計に用いられる年齢別出生率モデルの要件について検討し、実際にいくつかのモデルを出生率の実績データにあてはめて比較検討を行う。また、モデルが実績をより正確に再現できるようにするための補整について一つの方法を紹介する。

1. 出生力推計のためのモデル

出生力を記述するために多くの方式やモデルが提案されている。分類の仕方はさまざまであるが、

- 1) 厚生省人口問題研究所(阿藤誠, 金子武治, 高橋重郷, 金子隆一, 大場保, 三田房美), 「日本の将来推計人口(平成4年9月推計)」, 研究資料第274号, 1992年9月。
- 2) 厚生省人口問題研究所(金子武治, 石川晃, 稲葉寿, 坂東里江子), 「都道府県別将来推計人口(平成4年10月推計)」, 研究資料第275号, 1992年10月。
- 3) 同時出生集団, すなわち同年次に生まれ, 同時に加齢して行く集団のこと。同一コーホート内では出生行動の特性を共有すると考える。

基本的なものとして、数理モデル—経験モデル、コーホートモデル—期間モデル、年齢別モデル—持続期間別モデルなどが挙げられる。そうした中で、将来推計に適したモデルとはどのようなアウトラインをもつべきであろうか。以下に若干の考察を与える。

一般に将来予測のためのモデルに基本的に要求されることは、対象とする現象を時間的に不変な成分と変化する成分とに分離することである。さらに変化する成分は、安定的に推移する部分と浮動する部分とに分けられ、前者について観測ないし仮定された「趨勢」を将来に投影することで予測が可能となる。したがって、この変化する成分をパラメータという明確なかたちで抽出でき、独立した操作が行えるということは、予測モデルの一つの要件となる。すなわちパラメトリックモデルは予測モデルとして望ましいであろう。また、一般にパラメトリックなモデルとしては、経験モデルより数理モデルの方が扱いやすいであろう（ただし、現実への適合という点からは一般に経験モデルの方が有利である）。

さらに、そのようなパラメータは仮想的なものよりも、何らかの実体——出生モデルでいえば個人の行動を表象するものの方が望ましい。なぜなら、それは観察が可能ならずであり、たとえば実態調査から得られる情報をそのままシステムに適用できることになるからである。さらに、実体をもつパラメータなら、振る舞いや変動の範囲を経験的に予測しやすいという点も重要である。

この観点からすると、コーホートモデルと期間モデルの選択に関しても、実際の個人の生涯を縦断的に捉えるコーホートモデルの方が行動の整合性の点から有利であるといえる。このことは特定の時点の出生行動に対して、個人の出生歴の規定の方が時代による規定より強いという意味ではなく、その効果の予測可能性において前者が優るであろうということである。時代が出生行動に与える効果（期間効果）の予測についての現在の技術は不十分であると思われる（期間効果の問題については後述する）。

以上から、ここでは出生率モデルのアウトラインとしては、コーホートの出生を対象にしたパラメトリックモデルを採用することにする。

さらに、いくつかの理由からここでは出生順位別の出生モデルをベースとして採用することにする。それは第一に、モデルとして確率分布の直接の応用が可能である点が挙げられる。出生順位を分けない出生は出生力推計には直接的であるが、それは複合事象であり、確率分布を直接応用しにくい憾みがある。確率分布モデルが応用できることは、パラメータの推定などで確立した手法を利用することができるため非常に有利である。第二に、出生順位別の出生は、比較的研究の進んでいる初婚と共通のモデルの枠組みを採用できる点が指摘される。これは、人口現象のモデルとしての整合性の面でも望ましい。第三に、出生順位別の出生率の将来推計が得られると世帯規模別世帯数推計をはじめ、出生順位によって異なる諸事象（たとえば児童手当、女子の就業行動など）に対する応用が可能となる。最後に、わが国では出生順位別の出生に関して、総出生と同様に信頼性の高いデータが得られるので、出生順位という追加情報を活用することでより精密な推計が期待できる。

逆に、出生順位を分けることで不利になる点もある。すなわち、パラメータの数が著しく増え、同時に手続きも繁雑となる。出生順位ごとに独立にパラメータを与えることはシステムとして冗長であると考えられる。このあたりの課題については、IV章で再度考察する。

ところで、年齢別出生率モデルとして確率モデルを応用するには、出生順位 n 、年齢 x における累積出生率を $F_n(x)$ 、出生年齢 X を確率変数とする確率分布の（累積）分布関数を $G(x)$ として

$$F_n(x; C_n, P) = C_n G(x; P) \quad (1)$$

とすればよい。ただし、 C_n は生涯に第 n 子の出生を経験する確率、 P は確率分布のパラメータセット

である。累積出生率 $F_n(x)$ は x 歳未満で第 n 子出生を経験する確率を表す関数と見なすことができ、最尤法によるパラメータ推定などの統計的手法が適用できる。また、出生率関数 $f_n(x)$ は、 $g(x)$ を X の確率密度関数として、

$$f_n(x) = \frac{dF_n(x)}{dx} = C_n g(x) \quad (2)$$

として与えられる。ただし、一般に用いられる満年齢 a 歳の出生率は、 $F_n(a+1) - F_n(a)$ として与えられる。

また、出生順位を分けない年齢別出生率 $F_l(x)$ は、出生順位別の年齢別出生率の単純な和として表せる。すなわち、

$$F_l(x) = \sum_{n=1}^L F_n(x) \quad (3)$$

である。ただし、 L は最終出生順位である。本稿では、 $L=5$ とし、第 6 子以降の出生はすべて第 5 子に含める。以後、文脈より明らかな場合は添え字 t 、 n は省略する。

2. 各種モデルの特性の比較

ここでは年齢別出生率に対する数理モデルを選定するために、いくつかの有効と考えられる候補についてその主要な特性を比較する。本システムでは出生順位別の出生率を扱うが、これまで提案されている出生順位ごとの年齢別出生率モデルは、一般の年齢別出生率モデルほどは多くない。とくに高順位の出生については、データ上の制約のためほとんど発達していない。これに対し第 1 子出生に関しては初婚に対するモデルが応用されることがある。Bloom らは、一連の研究で Coale-McNeil の初婚モデル（対数ガンマ分布モデルの一種に相当する）を第 1 子に適用することが有効であることを示している⁴⁾。

本稿においても、各出生順位の年齢別出生率に、主に年齢別初婚率モデルとして提案されたモデルを応用することを考える。しかし、出生力の推計システムでは、高順位の出生にもモデルを適用する必要がある。わが国の場合、最近のコーホートでは生涯に第 3 子出生を経験する女子は 30% 程度いる。これに対し、第 4 子以上の出生を経験する女子は 5% に満たず、第 5 子に至っては 1% に満たない。したがって、少なくとも第 3 子までの出生率には可能な限り正確に適合する必要があるが、第 4 子以上の出生率に対する適合度の差はあまり問題にならない。そこで、ここでは第 3 子までの年齢別出生率に対する適合を検討することにするし、第 4 子以上についてはその結果採用されたモデルを無条件に用いることにする。

ここでは、いくつかのモデルを実際のコーホートの年齢別出生率にあてはめて、適合性の比較を行う。まず、用いられたモデルの概略を示そう。

(1) 対数ガンマ分布モデル

パラメータの規定の仕方により、3 種類の対数ガンマ分布モデルを考える。最も一般化されたタイプは 4 パラメータモデルであり、

4) Bloom は、Coale-McNeil 初婚モデルを積極的に第 1 子出生に対して応用している。たとえば、
D. E. Bloom, "What's Happening to the Age at First Birth in the United States? A Study of Recent Cohorts", *Demography*, Vol.19, 1982, pp.351-370.
D. E. Bloom and J. Trussell, "What are the Determinants of Delayed Childbearing and Permanent Childlessness in the United States?", *Demography*, Vol.21, 1984, pp.591-611.

$$f(x) = \frac{C|\lambda|}{b\Gamma(1/\lambda^2)} \left(\frac{1}{\lambda^2}\right)^{\lambda^{-2}} \exp \left[\frac{1}{\lambda} \left(\frac{x-u}{b}\right) - \frac{1}{\lambda^2} \exp \left\{ \lambda \left(\frac{x-u}{b}\right) \right\} \right] \quad (4)$$

$$F(x) = CI \left(\lambda^{-2}, \lambda^{-2} \exp \left(\lambda \frac{x-u}{b} \right) \right) \quad (5)$$

$$0 \leq C \leq 1, -\infty < u < \infty, b > 0, -\infty < \lambda < \infty, \lambda \neq 0,$$

により与えられる。Cは生涯に当該出生順位の出生を経験する確率を表すパラメーター（他のモデルでもCの意味は共通）、λ, uおよびbは、その他のパラメーターである。また、Γ(・)、I(・)は、それぞれガンマ関数、不完全ガンマ関数を表す⁵⁾。

このパラメーターのうち、λは比較的安定的であり固定することができる。西欧の年齢別初婚率、および第1子の年齢別出生率によくあてはまるとされる Coale-McNeil の初婚モデルは、λ = -1.287 とした場合に相当する⁶⁾。また、わが国初婚については、金子はλ = -0.7465 とした⁷⁾。このようにλを固定することによって、より扱いやすい3-パラメーターのモデルが得られる。

また、uおよびbは、位置および尺度のパラメーターであり、λを固定した場合にはこれらの代わりに平均、標準偏差をパラメーターにすることが可能である⁸⁾。

5) ガンマ関数Γ, および不完全ガンマ関数Iは以下によって与えられる。

$$\Gamma(z) = \int_0^{\infty} u^{z-1} e^{-u} du, \quad z > 0,$$

$$I(k, t) = \frac{1}{\Gamma(k)} \int_0^t u^{k-1} e^{-u} du, \quad k > 0, t > 0.$$

6) スウェーデンの女子の経験をもとに Coale は初婚率関数の標準を提案し、Coale と McNeil は、これを数理的に定式化した。

A. J. Coale, "Age Patterns of Marriage", *Population Studies*, Vol.25, No.2, 1971, pp.193-214.

A. J. Coale and D. R. McNeil, "The Distribution by Age of the Frequency of First Marriage in a Female Cohort", *Journal of American Statistical Association*, Vol.67, No.340, 1972, pp.743-749.

また、Rodriguez と Trussell はこれを変形し、平均、標準偏差をパラメーターする形式で表わした。すなわち、

$$f(x) = C 1.2813 \exp \left[-1.145 \left(\frac{x-\mu}{\sigma} + 0.805 \right) - \exp \left\{ -1.896 \left(\frac{x-\mu}{\sigma} + 0.805 \right) \right\} \right]$$

ただし、μ, σは、それぞれ初婚年齢の平均、標準偏差である。

G. Rodriguez and J. Trussell, *Maximum Likelihood Estimation of the Parameters of Coale's Model Nuptiality Schedule from Survey Data*, WFS Technical Bulletins, No.7, 1980.

これは、式(4)に対して、λ = -1.287とした場合と数学的に同等である。詳しくは以下を参照。

金子隆一、「初婚過程の人口学的分析」、『人口問題研究』、第47巻3号、1991年10月、p.6.

7) Coale-McNeil の標準型と同じ形式で、わが国女子コーホートの初婚率の標準スケジュールは、次のように与えられる。

$$f(x) = C 0.9249 \exp \left[-1.5436 \left(\frac{x-\mu}{\sigma} - 0.3268 \right) - \exp \left\{ -0.8601 \left(\frac{x-\mu}{\sigma} - 0.3268 \right) \right\} \right]$$

金子隆一、「人口学モデルによる出生・結婚動向の分析」、『厚生指針』、第38巻15号、1991年12月、p.15.

8) 平均をμ, 標準偏差をσで表わすと、

$$\mu = u + (b/\lambda) \{ \phi(\lambda^{-2}) + \ln \lambda^2 \}$$

$$\sigma^2 = (b/\lambda)^2 \phi'(\lambda^{-2})$$

の関係がある。ただし、φ, φ'はそれぞれジガンマ関数、トリガンマ関数である。したがって、λが一定の場合は、μ, σをパラメーターとする location-scale family として扱える。

なお、次節において対数ガンマ分布モデルを経験的に補整したものとして、「補整型」と呼ぶモデルを提案する。

また、同種のモデルとしてガンマ分布も年齢別出生率モデルとして用いられることがあるので⁹⁾ 比較に加えた。その累積出生率関数（4-パラメーター）は、

$$F(t) = CI(k, (at)^\beta) \quad (6)$$

$$0 \leq C \leq 1, k > 0, a > 0, \beta > 0,$$

である。一般に用いられるガンマ分布は、 $\beta = 1$ に固定したものであり、これを用いたモデルを3-パラメーターモデルと呼ぶ。ただし、 $t = x - 15$ である。

(2) Hernes モデル

Hernes (1972) は、初婚の過程の社会的メカニズムに対する考察から初婚率モデルを導出した¹⁰⁾。これを出生順位別の出生に応用するとし、本システムの枠組みに合わせてパラメーターの与え方を変更すると、累積出生率関数は、

$$F(x) = \frac{1}{1 + \frac{1-C}{C} \exp\{\alpha \exp(-\beta x)\}} \quad (7)$$

$$0 < C < 1, \alpha > 0, \beta > 0,$$

と表せる。ここに、 C, α, β はパラメーターである。ただし、このモデルは不完全確率分布をベースとしていることに起因して、わが国のデータに対するあてはまりが良くない。そこで、これを完全確率分布に近似するため新たなパラメーターを導入し、

$$F(x) = \frac{C}{1 + \frac{1-\gamma}{\gamma} \exp\{\alpha \exp(-\beta x)\}} \quad (8)$$

$$0 \leq C \leq 1, \gamma < 1, \gamma \neq 1,$$

とした¹¹⁾。これにより構造的にも他のモデルと同じになり、また、あてはまりも著しく向上する。本研究では、こちらのモデルを用いた。

9) たとえば、厚生省人口問題研究所（大谷憲司）、「第4章 出生率分布に対するモデルのあてはめ」、『平成元-3年度特別研究 家族形成モデルの開発と応用に関する研究 第I報告書』、特別研究報告資料第11号、1990年3月、pp.45-62。

10) G. Hernes, "The Process of Entry into First Marriage", *American Sociological Review*, Vol. 37, 1972, pp.173-182.

大谷は、Hernes のモデルを含めここで取りあげたいいくつかのモデルの初婚年齢分布に対するあてはまりを比較している。

大谷憲司、「コウホート初婚年齢分布に対する曲線のあてはめ」、『人口学研究』、第14号、pp.67-73、1991年5月。

11) Hernes モデルは確率分布としてみると不完全分布 ($\lim_{x \rightarrow \infty} F(x) < 1$) であり、式(7)の形式では、パラメーター C は過程完結時の累積出生率と分布の形状の両方を担うため、あてはまりが悪くなる。そこで式(8)のように、これらを分離して形状に対して新たにパラメーター γ を導入してやると、あてはまりが改善する。1935-41年各年生まれコウホートに対する γ の平均値は、0.99953であった。これを固定して用いることも可能であろう。

(3) 対数ロジスティック分布モデル

対数ロジスティック分布モデル（4-パラメーター）の累積出生率関数は、次式で与えられる。

$$F(x) = \frac{C}{1 + \theta(x - m)^\delta} \quad (9)$$

$$0 \leq C \leq 1, \delta > 0, \theta > 0, -\infty < m < \infty.$$

ここに、 C 、 δ 、 m はパラメーターである。 $m=15$ に固定したものを、3-パラメーターモデルとした。初婚モデルとしては、一般には3-パラメーターモデルが用いられるが、ここでは4-パラメーターも比較に加えた。

なお、これらモデルのあてはめに必要なデータは、出生過程を完結した（50歳に達した）女子コーホートの出生順位別各歳別出生率である。ここでは一貫した信頼性の得られるわが国1950年以降の人口動態統計を用いた。したがって、必要とするデータが得られたのは1935年～1941年各年生まれの7コーホートである。ただし、これらのコーホートは出生過程の主要な時期にあたる1966年に「ひのえうま」の迷信に起因する出生率の攪乱を経験しており¹²⁾、そのままではモデルの適合性の比較評価に支障があると考えられるので、1966年およびその前後の3年間に該当する出生率を、各コーホートの全出生過程に適用した三次スプライン関数によって補完し、この値によって置き換えることによって平滑化を図った。

さて、このデータに対し最尤法（後述）によってモデルをあてはめ、種々の適合の特性を比較したが、表1～3である。

まず、表1として尤度比を用いた適合度の比較を示した。尤度比は、ここで用いたあてはめの手法である最尤法に関連した適合度の指標である¹³⁾。表の数値は小さいほど適合の良さを示し、モデルがデータに完全に一致した場合には0となる。

表1(1)により、第1子の年齢別出生率に対する各種モデルの適合度を比較すると、概ね対数ロジスティック分布モデル、Hernesモデルが最も良く、次いで対数ガンマ分布モデルの順となる（対数ガンマ分布モデル「補整型」については後に論じる）。ただし、欧米の初婚、第1子出生に対するモデルであるCoale標準の3-パラメーターモデルは、わが国の第1子出生にはあてはまりが良くないことがわかる¹⁴⁾。

また、同表(2)、(3)で第2子、第3子の出生について見ると、対数ガンマ分布モデル、ガンマ分布モデルの適合度が相対的に改善し、とくに前者は最も良い適合を示すようになる。

微妙な適合度の差は、あてはめの手法に左右されることも考えられるので、表2には、非線形最小

12) 「ひのえうま」の迷信とは、十干と十二支との組み合わせでひのえうま（丙午）の年に生まれた女性は夫を殺すとの迷信であり、これに当たった1966年の普通出生率は平年より2割ほど低下したほか、前後の年にも影響が現れた。

13) ここでは尤度比を用いた適合度の指標として、各出生順位の年齢別出生率に対して以下の式による数値を用いた。

$$2 \left[\sum_{a=15}^{x-1} m_a \ln \{m_a / (F(a+1) - F(a))\} + \{1 - \sum_{a=15}^{x-1} m_a\} \ln \{(1 - \sum_{a=15}^{x-1} m_a) / (1 - F(x))\} \right] \times 10^4$$

ただし、表記は本文中と同じとする。

14) Coaleの初婚標準モデルは、わが国の女子の年齢別初婚率にもあてはまりがよくないとの指摘がしばしばなされる。その理由としては、わが国の場合、見合い結婚・恋愛結婚という著しく年齢パターンの異なる過程を同時に含んでいるためとの分析がある。

金子隆一、「初婚過程の人口学的分析」、前掲（注6）、p.17。

表1 女子コーホート出生順位別年齢別出生率に対する各種モデルの適合性の比較：尤度比

(1) 第1子

コーホート 出生年	対数ガンマ分布モデル				Hernes	対数ロジスティック 分布モデル			ガンマ分布モデル	
	4-パラメター	4-パラメター (補整型)	3-パラメター (日本標準)	3-パラメター (Coale標準)	4-パラメター	4-パラメター	3-パラメター	4-パラメター	3-パラメター	
1935	129	23	145	758	67	40	162	250	255	
1936	127	17	145	787	60	32	138	250	252	
1937	140	11	157	808	54	29	120	262	262	
1938	156	8	177	880	53	30	123	283	283	
1939	189	7	213	935	51	33	125	318	319	
1940	191	3	204	844	39	26	86	311	317	
1941	196	5	204	829	38	25	77	319	330	
平均	161	11	178	834	52	31	119	285	288	

(2) 第2子

コーホート 出生年	対数ガンマ分布モデル		Hernes	対数ロジスティック 分布モデル		ガンマ分布モデル	
	4-パラメター	4-パラメター (補整型)	4-パラメター	4-パラメター	3-パラメター	4-パラメター	3-パラメター
1935	13	31	105	88	213	39	99
1936	19	21	92	76	195	49	101
1937	26	13	78	63	171	59	99
1938	44	6	62	47	153	85	117
1939	49	4	56	42	134	88	112
1940	66	1	42	28	94	109	118
1941	77	4	41	25	76	123	126
平均	42	11	68	53	148	79	110

(3) 第3子

コーホート 出生年	対数ガンマ分布モデル		Hernes	対数ロジスティック 分布モデル		ガンマ分布モデル	
	4-パラメター	4-パラメター (補整型)	4-パラメター	4-パラメター	3-パラメター	4-パラメター	3-パラメター
1935	5	17	58	54	106	6	47
1936	5	18	59	57	115	7	55
1937	6	15	54	53	116	8	60
1938	8	10	46	45	116	13	66
1939	19	5	32	31	111	26	81
1940	27	5	23	23	85	36	73
1941	44	12	14	14	63	57	79
平均	16	12	41	40	102	22	66

注) 本表の数値については、本文および脚注13)を参照。

表2 女子コーホート出生順位別年齢別累積出生率に対する各種モデルの適合性の比較：最小2乗誤差

出生順位	対数ガンマ分布モデル		Hernes	対数ロジスティック分布モデル		ガンマ分布モデル	
	4-パラメーター	4-パラメーター (補整型)	4-パラメーター	4-パラメーター	3-パラメーター	4-パラメーター	3-パラメーター
第1子	76	4	6	6	47	103	114
第2子	17	4	16	12	82	25	35
第3子	14	18	59	60	247	17	113

注) 非線形最小2乗法による最小2乗誤差 $\sum_{x=16}^{50} (Fx - \hat{F}x)^2$ を示す。 $Fx, \hat{F}x$ は実績およびモデルの年齢 x おける累積出生率。ただし、第1子、第2子は、 10^9 倍、第3子は、 10^6 倍した数値である。

表3 女子コーホート出生順位別年齢別出生率に対する各種モデルの適合性の比較：行動的指標

(1) 第1子

指 標	対数ガンマ分布モデル		Hernes	対数ロジスティック分布モデル		ガンマ分布モデル	
	4-パラメーター	4-パラメーター (補整型)	4-パラメーター	4-パラメーター	3-パラメーター	4-パラメーター	3-パラメーター
(a) 50歳時累積出生率	-0.122	-1.470	-22.734	-4.436	0.000 ₃	0.313	0.000 ₂
(b) 完結累積出生率	0.941	-0.011	170.948	45.531	120.603	0.172	0.197
(c) 平均出生年齢	0.000 ₀₃	0.020	0.049	0.019	0.380	0.000 ₂	0.000 ₄
(d) 出生年齢標準偏差	-1.140	0.717	2.382	0.921	5.479	-0.786	-0.849

(2) 第2子

指 標	対数ガンマ分布モデル		Hernes	対数ロジスティック分布モデル		ガンマ分布モデル	
	4-パラメーター	4-パラメーター (補整型)	4-パラメーター	4-パラメーター	3-パラメーター	4-パラメーター	3-パラメーター
(a) 50歳時累積出生率	-0.023	0.253	-14.609	-4.537	0.000 ₂	0.000 ₀₄	0.000 ₃
(b) 完結累積出生率	0.205	-0.378	40.536	26.549	129.219	0.030	0.429
(c) 平均出生年齢	0.000 ₀₁	0.011	0.023	0.068	0.473	-0.001	0.000 ₄
(d) 出生年齢標準偏差	-0.208	0.405	2.607	2.531	7.110	-0.042	1.062

(3) 第3子

指 標	対数ガンマ分布モデル		Hernes	対数ロジスティック分布モデル		ガンマ分布モデル	
	4-パラメーター	4-パラメーター (補整型)	4-パラメーター	4-パラメーター	3-パラメーター	4-パラメーター	3-パラメーター
(a) 50歳時累積出生率	-0.039	-0.206	-15.947	95.179	-0.001	-0.001	-0.001
(b) 完結累積出生率	0.108	-0.529	22.718	130.375	199.461	0.020	2.065
(c) 平均出生年齢	0.000 ₀₂	0.015	0.033	0.065	0.606	0.002	0.000 ₅
(d) 出生年齢標準偏差	-0.031	0.276	2.586	2.661	7.828	-0.008	2.331

注) それぞれの指標の実績値、モデル値を I, \hat{I} として、 $(\hat{I} - I) / I$ を示した。ただし、(a)、(b)は、 10^5 倍、(c)、(d)は、 10^2 倍してある。

二乗法によってあてはめた場合の最小二乗誤差を示した。これらは、7 コーホートに対する結果の平均である。こちらでも、モデルの適合性に関して概ね同様の比較結果が得られた。

推計システムのためのモデルを選ぶ際、適合度は最も重要な要件ではあるものの、それ以外にもいくつか考慮すべき点がある（適合度は次節で述べるような補整によっても改善が可能な場合がある）。ここでは推計に重要と考えられる行動的指標として、(a)50歳時累積出生率、(b)完結累積出生率、(c)平均出生年齢、(d)出生年齢分布の標準偏差、の各々についてのモデル値と実績値の誤差の比較を行った（表3）。

(a)は50歳時点における累積出生率 $F(50)$ について、(b)は完結時点における同率 C について、それぞれ実績値との誤差を比較したものである。モデルにおいて、出生率の分布が高年齢側に重いテールをもつ場合、50歳以降にも率が残るので、(a)と(b)の違いが大きくなる。実績の場合、データは50歳未満としているので(a)と(b)は等しい。(c)(d)は、50歳までの出生について、平均出生年齢、出生年齢標準偏差の実績との誤差を比較したものである。誤差は I 、 \hat{I} をそれぞれ実績値、モデル値として、 $(\hat{I} - I) / I$ を定数倍した数値で示され、(a)(b)では 10^5 倍、(c)(d)では 10^2 倍とした。

表3によれば、各出生順位とも(a)(b)では、先ほど適合度には優れていた Hernes、対数ロジスティック分布モデルで不安定さが目だつ。これは、出生率分布のテールの重さが原因であると思われる。これに対して、対数ガンマ分布モデルおよびガンマ分布モデルでは、(a)(b)で一貫して誤差が小さい。また、テールに対してさらに敏感な(c)(d)についてもやはり同様にガンマ系のモデルで誤差が小さいことがわかる。

以上、いくつかのモデルの出生順位ごとの年齢別出生率に対する適合度、行動的指標の推定精度を比較したが、その中では前節に検討したモデルの要件（高出生順位に対する適合、パラメターの意味、パラメターによる変動成分の分離、パラメターの推定精度など）を総合的に判断すると、対数ガンマ分布モデルが比較的安定でありシステムに適していると見られる。したがって、今回のシステムではこれを年齢別出生率モデルのベースとして採用することにする。しかし、その他のモデルを採用した場合でもまったく同様にシステムを構成することが可能である。

3. 補整関数

どのようなモデルも完全に実績データにあてはまることはない。その残差は、測定誤算などのランダムな誤差と、モデルの再現性の不良に起因する構造的、体系的な残差に分けることができるであろう。体系的な残差については、その規則性を利用して補整を行うことが可能である。ここでは、対数ガンマ分布モデル（4-パラメター）についてその実績データへの適合度を高めることを目的として、残差の分析を行い補整を試みた。

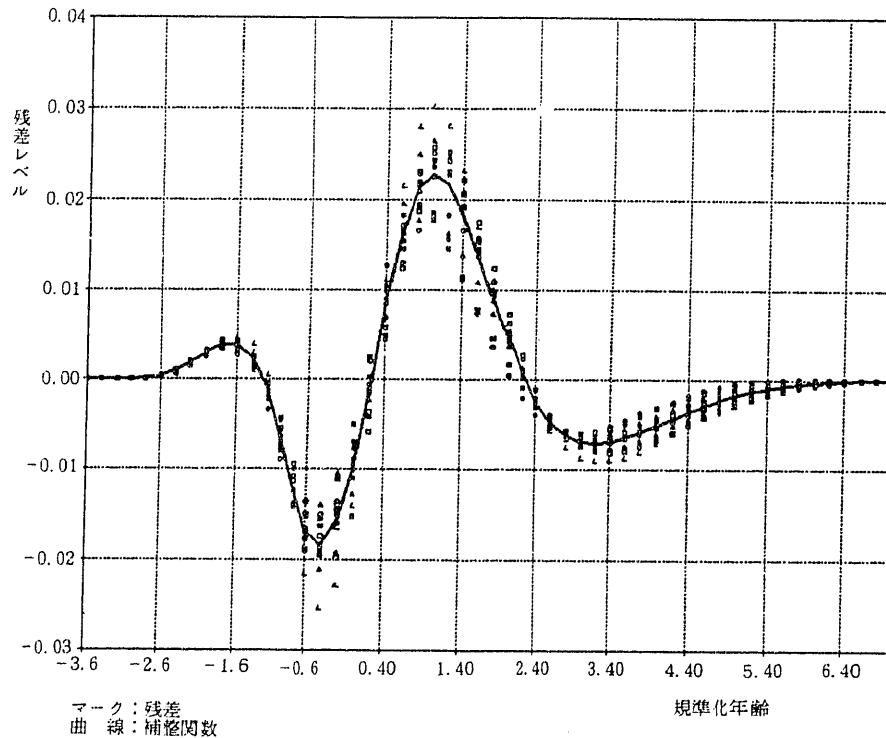
ここで用いたデータはやはり「ひのえうま」の影響を補整したわが国女子1935~1946年各年生まれコーホートの出生順位別年齢別出生率である。より多くの分析ベースを得るため前節で用いたデータに45歳まで出生過程を終了した5コーホートを加えた。これらに対し4-パラメター対数ガンマ分布をあてはめ、年齢ごとに累積出生率の残差を算出した。第1子について残差をプロットしたものを図1に示す。ただし、年齢に当たる横軸は対数ガンマ分布のそれぞれのコーホートに対してのパラメターを用いて基準化してある。これにより、残差の年齢軸上での分布の位置と尺度を統一することができる。すなわち、各累積出生率関数の残差 (E) を

$$E(z) = Fz - \hat{F}(z; C, \lambda, 0, 1), \quad (10)$$

$$z = \frac{x - u}{b},$$

によって求めた。ただし、 x は通常の年齢 ($x=16, 17, \dots, 50$), z は標準化された年齢, Fz は、標準化年齢 z における実績の累積出生率, $\hat{F}(z)$ は同年齢におけるモデル累積出生率, C, λ, u, b は推定されたパラメータである。

図1 対数ガンマ分布モデルのコーホート (1935—46年生まれ)
第1子累積出生率へのあてはめの残差と補整関数



さて、図を観察すると残差は一定の年齢パターンを示していることがわかる。したがって、このパターンをモデル化することによって残差変動の一部を年齢別出生率モデルに吸収することができると考えられる。ただし、高順位に対する分析によれば、出生順位が高くなるほど予測できる変動分は少なくなる。これらの残差のモデル化は、新たなパラメータ導入による方法も考えられるが、ここでは、単純にこれらのパターンの平均 ($\bar{\epsilon}$, 図1における曲線)を残差のモデルパターンとして採用することとした。こうすることにより新たなパラメータの追加を避け

ることができる。ただし、平均による関数は全年齢にわたる総和を0とするため係数を掛けて僅かに調整した。このようにして各出生順位に関して得られた累積出生率関数の補整関数 ($\xi(z)$)を表4に示す。これにより補整された累積出生率関数 ($\bar{F}(x)$)は、

$$\bar{F}(x) = \hat{F}(x; C, \lambda, u, b) + \xi\left(\frac{x-u}{b}\right) \quad (11)$$

によって与えられる。ただし、 $\bar{F}(x)$ を計算するためには ξ は連続関数である必要があるため、適当な補間法が必要となる。本システムでは3次スプライン補間法を用いた。

こうして得られたモデルを対数ガンマ分布モデルの補整型モデルと呼ぶことにする。この補整型モデルは、新たにパラメータを加えることなく適合度を改善することができ、他のモデルと同様にパラメータの推定などの統計的操作が行える。

表1～3には、他のモデルとの比較のため補整型モデルを実績にあてはめた結果が示されている。第1子では適合度の改善はどのコーホートでも著しいが、第2子以降出生順位が高くなると改善の度合いは小さくなる。また、残差の平均を用いるという方法の性質から、適合度はコーホート全体として改善されることが期待されるものの、一部のコーホートでは高順位出生で逆に適合度がやや劣化す

表4 女子コーホートの出生順位別年齢別累積出生率関数の補整関数： $\xi_n(x)$

標準化年齢 (x)	第 1 子 (n = 1)	第 2 子 (2)	第 3 子 (3)	第 4 子 (4)	第 5 子以上 (5)
- 3.6	0.00000	0.00001	- 0.00001	- 0.00001	- 0.00004
- 3.4	0.00000	0.00002	- 0.00001	- 0.00003	- 0.00009
- 3.2	0.00000	0.00006	0.00001	- 0.00008	- 0.00012
- 3.0	0.00000	0.00012	0.00007	- 0.00012	- 0.00009
- 2.8	0.00011	0.00027	0.00024	- 0.00010	- 0.00023
- 2.6	0.00041	0.00057	0.00062	0.00007	- 0.00075
- 2.4	0.00097	0.00110	0.00117	0.00043	- 0.00131
- 2.2	0.00185	0.00188	0.00171	0.00082	- 0.00187
- 2.0	0.00297	0.00260	0.00192	0.00100	- 0.00198
- 1.8	0.00386	0.00280	0.00162	0.00054	- 0.00171
- 1.6	0.00381	0.00199	0.00058	- 0.00045	- 0.00173
- 1.4	0.00213	- 0.00015	- 0.00156	- 0.00150	- 0.00147
- 1.2	- 0.00142	- 0.00321	- 0.00459	- 0.00289	- 0.00070
- 1.0	- 0.00667	- 0.00626	- 0.00740	- 0.00394	0.00158
- 0.8	- 0.01246	- 0.00913	- 0.00905	- 0.00414	0.00565
- 0.6	- 0.01713	- 0.01163	- 0.00886	- 0.00310	0.00829
- 0.4	- 0.01836	- 0.01164	- 0.00649	- 0.00064	0.00888
- 0.2	- 0.01562	- 0.00854	- 0.00240	0.00256	0.00953
0.0	- 0.00982	- 0.00323	0.00254	0.00423	0.00840
0.2	- 0.00128	0.00317	0.00707	0.00481	0.00534
0.4	0.00845	0.00906	0.00943	0.00605	- 0.00010
0.6	0.01640	0.01321	0.00989	0.00744	- 0.00558
0.8	0.02127	0.01503	0.00952	0.00694	- 0.00925
1.0	0.02286	0.01437	0.00861	0.00412	- 0.01156
1.2	0.02157	0.01162	0.00701	0.00108	- 0.01133
1.4	0.01817	0.00772	0.00457	- 0.00101	- 0.00855
1.6	0.01364	0.00386	0.00175	- 0.00292	- 0.00586
1.8	0.00890	0.00075	- 0.00065	- 0.00406	- 0.00334
2.0	0.00449	- 0.00154	- 0.00228	- 0.00394	- 0.00048
2.2	0.00064	- 0.00314	- 0.00326	- 0.00378	0.00203
2.4	- 0.00248	- 0.00410	- 0.00369	- 0.00337	0.00386
2.6	- 0.00474	- 0.00446	- 0.00377	- 0.00267	0.00411
2.8	- 0.00617	- 0.00438	- 0.00350	- 0.00189	0.00346
3.0	- 0.00689	- 0.00404	- 0.00295	- 0.00107	0.00269
3.2	- 0.00708	- 0.00354	- 0.00235	- 0.00039	0.00185
3.4	- 0.00689	- 0.00298	- 0.00182	0.00006	0.00123
3.6	- 0.00645	- 0.00242	- 0.00135	0.00032	0.00076
3.8	- 0.00581	- 0.00188	- 0.00095	0.00042	0.00040
4.0	- 0.00506	- 0.00139	- 0.00063	0.00040	0.00010
4.2	- 0.00428	- 0.00099	- 0.00039	0.00030	0.00000
4.4	- 0.00352	- 0.00068	- 0.00021	0.00021	0.00000
4.6	- 0.00285	- 0.00044	- 0.00010	0.00015	0.00000
4.8	- 0.00225	- 0.00026	- 0.00004	0.00010	0.00000
5.0	- 0.00172	- 0.00015	- 0.00001	0.00005	0.00000
5.2	- 0.00126	- 0.00008	0.00000	0.00002	0.00000
5.4	- 0.00090	- 0.00003	0.00001	0.00000	0.00000
5.6	- 0.00062	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
5.8	- 0.00041	0.00001	0.00000	0.00000	0.00000
6.0	- 0.00025	0.00001	0.00000	0.00000	0.00000
6.2	- 0.00013	0.00001	0.00000	0.00000	0.00000
6.4	- 0.00005	0.00001	0.00000	0.00000	0.00000
6.6	0.00000	0.00001	0.00000	0.00000	0.00000
6.8	0.00002	0.00001	0.00000	0.00000	0.00000
7.0	0.00003	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000

る場合も見られる。

II 出生力パラメターの推定と設定

本章では、補整型の年齢別出生率モデルを出生過程途上の若いコーホートを含めた実績データにあてはめ、その出生力パラメターを推定する方法について説明する。また、実際にわが国女子の出生データを用いて将来推計に必要な全パラメターの推定および設定を行う。

1. 最尤法

出生過程を終えたコーホートでは、パラメターの推定値として C に50歳時の累積出生率を与え、他の三つのパラメター λ , u , b を出生年齢分布の最初の三つのモーメント、すなわち平均、分散、歪度から求めることができる（モーメント法）。とくに λ を一定の値に固定した場合には、この方法は簡便であり、かつ標本が大きいので推定値は比較的正確である。しかし、この方法ではセンサリングを含む標本、すなわち出生過程途上のコーホートには適用することができない。そこで今回の目的からは、センサリングを含む標本に対しても有効に適用できる最尤法が適当である¹⁵⁾。以下にその概略の説明を行う。

第 n 子の出生について考えよう。 a 歳から始まる出生過程を x 歳直前まで終えたサイズ N 人の女子出生コーホート¹⁶⁾ が、その年齢に至るまで a 歳で m_a 人が第 n 子の出生を経験し、なお S_x 人が第 n 子の出生を経験していないとする。すなわち、

$$N = \sum_{a=a}^{x-1} m_a + S_x$$

の関係が成り立つ。この出生過程の累積出生率関数が $F(x; P)$ で与えられたとすると、上記のような標本が得られる確率は、各出生がすべて独立事象として、 $x - a + 1$ 個のパラメター $\{m_a (a = a \cdots x - 1), S_x\}$ をもつ多項分布に従う。すなわちその確率 (L) は、

$$L = \frac{N!}{m_a! m_{a+1}! \cdots m_{x-1}! S_x!} \left[\prod_{a=a}^{x-1} \{F(a+1, P) - F(a, P)\}^{m_a} \right] \{1 - F(x, P)\}^{S_x}$$

である。最尤法では、実際の標本から計算されるこの確率を F のパラメター P の関数と見て（尤度関数）、これを最大化するような一群のパラメターを推定値（最尤推定値）として採用する。ただし、その手続きは、 L の対数から定数項を取り除いた関数、

$$\log L' = \sum_{a=a}^{x-1} m_a \ln \{F(a+1, P) - F(a, P)\} + S_x \ln \{1 - F(x, P)\}$$

を最大化することと同等であり、数値的には扱いやすいので実際の計算にはこの関数が用いられる。

15) 初婚モデルに対する最尤法の適用については、Rodriguez, Trussell (1980) が詳しい。前掲(注6)。

出生順位別の出生モデルに関しても、基本的には初婚モデルと同様である。数値的最適化には Powell の方法を用いた。コンピュータプログラムは、

W. H. Press, et al., *Numerical Recipes in C*, Cambridge, Cambridge University Press, 1988, pp.312-317.

によるものを改変して用いた。

16) ここでは死亡、転出などによるコーホートの減少はないものとする。したがって、 N は、出生過程中一定。

また、 m_a 、 S_x として、これらの定数を標本 N で割った率を用いてもパラメターの推定結果は同じである。実際のコホートデータでは、死亡および国際移動による対象の増減があり、むしろこれらの影響を排除するためには、 m_a 、 S_x に率を与えた方が望ましいと考えられる。したがって、ここでは m_a として年齢 a における出生率、 S_x として年齢 x 時点における第 n 子の出生を経験していない者の割合を与え、 $\log L'$ を数値的に最大化することによってパラメターの推定値を求めた。

2. 出生力パラメターの推定

上記の方法を用いることにより、出生過程途上のコホートを含めて出生力パラメターを推定することができる。しかしながら、出生過程途上の若いコホートではそのセンサリングの時期が早いほどパラメターの推定値は不安定なものとなる¹⁷⁾。このセンサリングによる推定値への影響の仕方については、出生過程を完結したコホートのデータを過程途上のさまざまな点で実験的にセンサリングした場合の推定値を観察することによってある程度その傾向を知ることができる。

そうした実験によれば、センサリングによる影響はパラメターによって異なり、また、同時に推定するパラメターの数や組み合わせによっても影響は異なる。すなわち、一部のパラメターを適当な値に固定して、同時に推定するパラメターの数を少なくすると推定値はより安定する。とくに λ 、 C をこの順に固定した場合に残りのパラメターの推定の安定性が向上することが多かった。また、出生順位が高いと出生年齢も高いので当然ながらコホートへのセンサリングの影響は高順位ほど早く現れた。

以上のような状況を踏まえて、実際の出生力パラメターの推定は次のような手順によって行った。まず、各コホートに対する全4パラメターの同時推定を行い、各出生順位について出生過程が完結したと見なせるコホートについてはこの推定値を用いる。次に、それより若いコホートについては、一つあるいはそれ以上のパラメターを上記の同時推定によって得た値に固定して他のパラメターを再推定する¹⁸⁾。そのような繰り返しの結果、第1子～第5子以上のそれぞれについて、1956年生まれコホート(35歳直前まで終了)、1954年(37歳)、1952年(39歳)、1950年(41歳)、1948年(43歳)までについては概ね安定した推定値を得た。

なお、推計の基礎とする出生率データは、1章におけるものと異なり、実績に最も近い結果を得るよう「ひのえうま」効果の補整は行わないままあてはめを行った(これら効果の働くコホートは将来推計の期間に対しては、ほとんど影響を与えない)。

3. 出生力パラメターの設定

さらにそれ以降のコホートについては、以上の手法では単独で正確なパラメターの値を得ることは困難である。したがって、これらに対してはそれ以前のコホートについて得られた各パラメターの時系列的趨勢と、将来の特定のコホートに対する仮定値(「目標値」)をつなぐなどして外生的に決めなくてはならない。今回もそうした方法を適用した。採用された仮定の詳細については他稿に譲るものとする¹⁹⁾。趨勢と収束点を結ぶパラメターの推移については、今回ロジスティック曲線を適用

17) コホートモデルのパラメター推定のみに基づいた(第1子出生の)完結レベルの予測精度は、不十分なものであるとの指摘がなされている。

Renbao Chen and S. Philip Morgan, "Recent Trends in the Timing of First Births in the United States", *Demography*, Vol.28, 1991, pp.513-533.

18) その際センサリングの実験により、各パラメターについてセンサリングの影響の傾向曲線が不完全ながら得られるので、センサリングのあるコホートに対する推定値は、これにあてはめできるだけ完結時の値に近くなるように補整した。

19) 厚生省人口問題研究所(阿藤誠, 金子武治, 高橋重郷, 金子隆一, 大場保, 三田房美), 「日本の将来推計人口(平成4年9月推計)」, 前掲(注1), pp.9-10.

表5 女子コホート（5年間隔）の出生順位別出生力パラメターの値

コホート 出生年	第 1 子				第 2 子			
	C_1	λ_1	u_1	b_1	C_2	λ_2	u_2	b_2
1935	0.9047	-0.6645	24.5534	3.2588	0.7565	-0.4116	27.6309	3.4908
1940	0.8912	-0.7016	24.5794	2.9576	0.7603	-0.3498	27.8424	3.1698
1945	0.9654	-0.7031	24.5156	2.8601	0.8244	-0.5708	27.2565	2.9350
1950	0.9217	-0.8369	24.3943	2.8920	0.7972	-0.6054	27.3030	3.1522
1955	0.8804	-0.7734	24.9514	3.2916	0.7819	-0.5991	27.8189	3.4356
1960	0.8472	-0.7641	25.5212	3.6188	0.7098	-0.5991	28.3575	3.8374
1965	0.8210	-0.7641	26.5287	4.4303	0.6850	-0.5991	29.4998	4.5436
1970	0.8210	-0.7641	27.3948	4.7133	0.6850	-0.5991	30.4178	4.7674
1975	0.8210	-0.7641	27.5000	4.7500	0.6850	-0.5991	30.5000	4.8000

コホート 出生年	第 3 子				第 4 子			
	C_3	λ_3	u_3	b_3	C_4	λ_4	u_4	b_4
1935	0.2701	-0.2447	29.8059	3.7617	0.0568	-0.2526	30.9948	3.9854
1940	0.2593	-0.0609	30.4996	3.2282	0.0434	-0.2582	31.5975	3.5668
1945	0.2651	-0.4656	29.4783	3.1684	0.0380	-0.3805	31.1937	3.7567
1950	0.2643	-0.4137	30.1502	3.5469	0.0375	-0.3830	32.2118	4.2236
1955	0.2722	-0.4127	30.6468	3.6400	0.0370	-0.3830	32.5891	4.1493
1960	0.2552	-0.4127	31.0725	4.0640	0.0362	-0.3830	33.0917	4.4504
1965	0.2510	-0.4127	32.4180	4.6481	0.0360	-0.3830	34.0696	4.7866
1970	0.2510	-0.4127	33.3825	4.8217	0.0360	-0.3830	34.5424	4.8826
1975	0.2510	-0.4127	33.5000	4.8500	0.0360	-0.3830	34.6000	4.9000

コホート 出生年	第 5 子 以 上			
	C_5	λ_5	u_5	b_5
1935	0.0204	-0.1352	33.6451	4.4063
1940	0.0143	-0.2407	33.9231	4.1252
1945	0.0115	-0.2941	33.6549	4.3092
1950	0.0096	-0.3328	33.9304	4.5570
1955	0.0084	-0.3328	34.4656	4.5654
1960	0.0072	-0.3328	34.5314	4.7590
1965	0.0070	-0.3328	35.1131	4.9394
1970	0.0070	-0.3328	35.3244	4.9899
1975	0.0070	-0.3328	35.4000	5.0000

した²⁰⁾。

ただし、このようにパラメータ値の設定を行った場合でも、出生データが僅かでも得られるコーホートについては、順に一つずつパラメータを設定し、残りのパラメータを最尤法で推定することによって、データとの整合性を保持したパラメータセットを得ることができる。したがって、パラメータの設定は仮定として与えることが適当と考えられるパラメータから与え、他はできるだけ最尤法による推定値か、推定値を基に補整した値を用いるのが望ましい。結局、出生過程途上のコーホートに対する推定の実際は、まず分布の形状（対称性）を示すパラメータ λ を一定値に固定し、他を推定する。次に推定された C の趨勢と目標値とを結び推移を設定する。さらに、それらの設定値に対応して u, b を推定し、得た趨勢とその目標値により、それらパラメータの残った期間の値を設定する。

以上により将来推計（中位推計）のために推定および設定されたコーホートの出生力パラメータを5年おきに表5に示す。

III 将来出生率の推計

1. コーホートの年齢別出生率の推計

推定および設定された出生力パラメータは、式(3)(5)および式(11)によって与えられる年齢別出生率モデルによって各コーホートの年齢別出生率に変換される。

表6には、表5のパラメータに対応して展開された5年おきのコーホートの年齢別出生率を示す。ただし、表中で左の破線より上側の数値は実績値であり、下側の数値が各コーホートの将来の年齢別出生率の推計値である。また、右の破線より下側の数値は2025年以降に実現される出生率であり2025年までの推計には用いられない。したがって、破線に挟まれた中間の部分が2025年までの推計値として用いられる。

図2, 3, 4には推計された中から三つのコーホートについて、その年齢別出生率のモデルによる推計値と実際値の比較を示した。同図aは年齢別出生率を示し、bはそれを出生順位ごとにみた場合を示した。

まず、図2, 1935年生まれコーホートの年齢別出生率をみると、全体としては推計値は実績値をよく再現しているといえるが、ピーク付近と年齢31歳前後における「ひのえうま」の影響を受けている部分で剥離が見られる。ピーク付近の誤差について出生順位別にみると第1子と第2子で該当する年齢付近に誤差が見られ、それらが加算されたものであることがわかる。これは他のコーホートで共通にみられる現象ではなく、体系的な誤差というわけではない。一方、「ひのえうま」の効果による誤差部分では、純粋なコーホートモデルでは期間効果による出生率の変動を捉えられないという問題点が端的に示されている。期間効果とは時々の社会経済的変動に対応して、広い、あるいはすべての年齢層で同時に生じる人口指標の変動のことを言う。推計システムにおけるこうした期間効果の扱いにつ

20) 年次 t におけるパラメータ y_t が、基底レベル \underline{y} から目標レベル \bar{y} にロジスティク関数に沿って変化すると想定し、補間の始点の年次 t_p におけるパラメータ値を y_p 、 p を同点における基底レベルから目標レベルの差のうちすでに変化した割合、すなわち $p = (y_p - \underline{y}) / (\bar{y} - \underline{y})$ 、さらに y'_m を基底レベル-目標レベル間の中点における変化速度 (dy/dt) とすると、パラメータの推移は、 t_p, y_p, \bar{y} 、および y'_m を用いて、

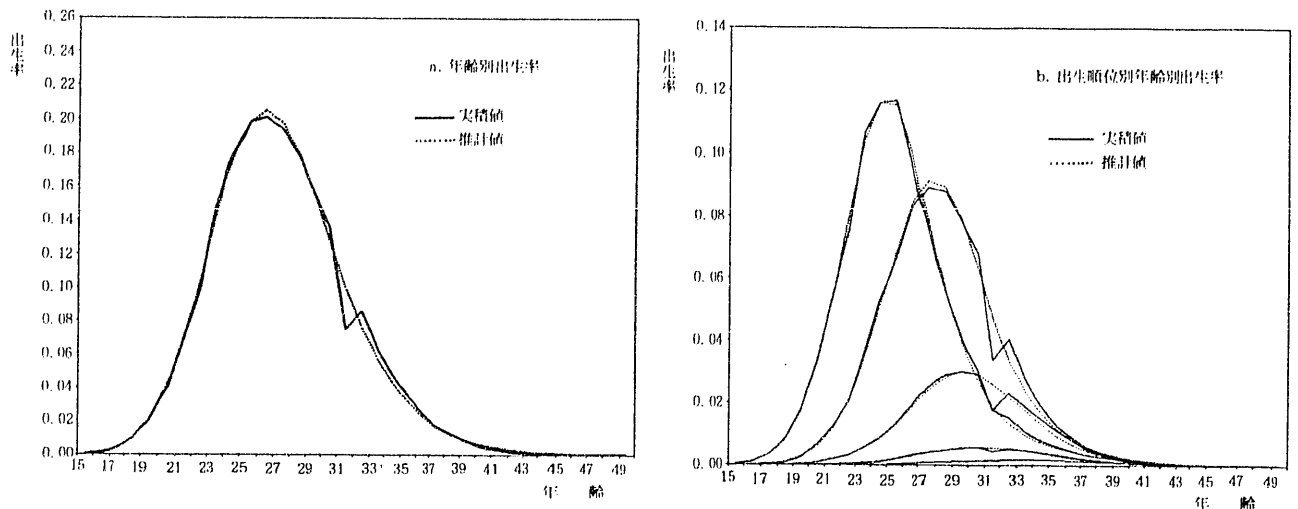
$$y_t = \frac{\bar{y} - (\bar{y} - \frac{1}{p} y_p) e^{-r(t-t_p)}}{1 - (1 - \frac{1}{p}) e^{-r(t-t_p)}}, \quad r = \frac{4(1-p)y'_m}{\bar{y} - y_p},$$

によって与えられる。

表6 女子コーホート（5年間隔）の年齢別出生率および合計特殊出生率：実績値および推計値

年齢/出生年	1945	1950	1955	1960	1965	1970	1975	1980	1985	1990	1995	2000	2005	2010
15	0.00006	0.00004	0.00010	0.00004	0.00005	0.00011	0.00012	0.00043	0.00062	0.00074	0.00081	0.00085	0.00088	0.00089
16	0.00037	0.00023	0.00031	0.00042	0.00056	0.00070	0.00066	0.00089	0.00101	0.00109	0.00114	0.00117	0.00118	0.00119
17	0.00163	0.00148	0.00181	0.00165	0.00223	0.00213	0.00206	0.00220	0.00228	0.00232	0.00235	0.00237	0.00238	0.00239
18	0.00544	0.00501	0.00584	0.00445	0.00595	0.00499	0.00467	0.00461	0.00455	0.00452	0.00450	0.00449	0.00449	0.00448
19	0.01412	0.01292	0.01435	0.01065	0.01301	0.01072	0.00991	0.00918	0.00872	0.00844	0.00828	0.00818	0.00812	0.00811
20	0.03253	0.02966	0.02801	0.02176	0.02157	0.01873	0.01670	0.01555	0.01484	0.01442	0.01417	0.01402	0.01393	0.01393
21	0.05081	0.05761	0.04962	0.03863	0.03310	0.02944	0.02526	0.02415	0.02347	0.02306	0.02283	0.02269	0.02262	0.02262
22	0.10803	0.10201	0.07815	0.06217	0.04695	0.03809	0.03614	0.03546	0.03504	0.03481	0.03468	0.03461	0.03458	0.03458
23	0.15896	0.15648	0.11788	0.09420	0.06668	0.04979	0.04909	0.04940	0.04959	0.04974	0.04985	0.04991	0.04993	0.04993
24	0.20893	0.20243	0.15812	0.13156	0.08846	0.07104	0.06913	0.06899	0.06893	0.06893	0.06895	0.06897	0.06897	0.06897
25	0.23881	0.21632	0.18571	0.15845	0.10862	0.09102	0.08929	0.08940	0.08952	0.08964	0.08973	0.08979	0.08979	0.08979
26	0.24692	0.21608	0.19872	0.17510	0.12860	0.11053	0.10839	0.10823	0.10821	0.10824	0.10828	0.10830	0.10830	0.10830
27	0.23211	0.20062	0.19834	0.17959	0.14133	0.12498	0.12316	0.12323	0.12335	0.12347	0.12356	0.12360	0.12360	0.12360
28	0.20539	0.18030	0.18628	0.17320	0.14813	0.13754	0.13579	0.13573	0.13577	0.13584	0.13590	0.13592	0.13592	0.13592
29	0.16428	0.15184	0.16698	0.15291	0.14754	0.14322	0.14182	0.14154	0.14144	0.14142	0.14143	0.14143	0.14143	0.14143
30	0.11902	0.12056	0.13826	0.13572	0.13955	0.14117	0.14032	0.14092	0.13990	0.13987	0.13985	0.13985	0.13985	0.13985
31	0.08716	0.09326	0.10980	0.11418	0.12573	0.13302	0.13301	0.13286	0.13282	0.13282	0.13283	0.13283	0.13283	0.13283
32	0.06499	0.07394	0.08736	0.09323	0.11045	0.12137	0.12183	0.12166	0.12161	0.12159	0.12159	0.12159	0.12159	0.12159
33	0.04834	0.05823	0.06904	0.07576	0.09467	0.10758	0.10824	0.10798	0.10785	0.10779	0.10777	0.10777	0.10777	0.10777
34	0.03457	0.04442	0.05163	0.05896	0.07751	0.09146	0.09267	0.09259	0.09257	0.09257	0.09257	0.09257	0.09257	0.09257
35	0.02451	0.03200	0.03924	0.04648	0.06344	0.07646	0.07775	0.07770	0.07770	0.07770	0.07770	0.07770	0.07770	0.07770
36	0.01823	0.02364	0.02906	0.03630	0.05203	0.06337	0.06452	0.06445	0.06443	0.06441	0.06441	0.06441	0.06441	0.06441
37	0.01287	0.01642	0.02179	0.02724	0.04186	0.05186	0.05299	0.05298	0.05299	0.05299	0.05299	0.05299	0.05299	0.05299
38	0.00958	0.01173	0.01570	0.02067	0.03334	0.04224	0.04328	0.04330	0.04331	0.04332	0.04332	0.04332	0.04332	0.04332
39	0.00662	0.00803	0.01140	0.01577	0.02648	0.03416	0.03510	0.03511	0.03512	0.03512	0.03512	0.03512	0.03512	0.03512
40	0.00424	0.00528	0.00822	0.01189	0.02108	0.02739	0.02820	0.02821	0.02822	0.02822	0.02822	0.02822	0.02822	0.02822
41	0.00266	0.00323	0.00583	0.00883	0.01672	0.02197	0.02264	0.02265	0.02265	0.02265	0.02265	0.02265	0.02265	0.02265
42	0.00151	0.00229	0.00397	0.00652	0.01321	0.01764	0.01822	0.01822	0.01823	0.01823	0.01823	0.01823	0.01823	0.01823
43	0.00091	0.00147	0.00267	0.00479	0.01041	0.01410	0.01459	0.01459	0.01459	0.01459	0.01459	0.01459	0.01459	0.01459
44	0.00040	0.00090	0.00175	0.00339	0.00811	0.01123	0.01164	0.01164	0.01164	0.01164	0.01164	0.01164	0.01164	0.01164
45	0.00016	0.00056	0.00110	0.00234	0.00633	0.00889	0.00925	0.00925	0.00925	0.00925	0.00925	0.00925	0.00925	0.00925
46	0.00008	0.00034	0.00067	0.00159	0.00488	0.00704	0.00733	0.00733	0.00733	0.00733	0.00733	0.00733	0.00733	0.00733
47	0.00005	0.00019	0.00035	0.00104	0.00370	0.00555	0.00580	0.00580	0.00580	0.00580	0.00580	0.00580	0.00580	0.00580
48	0.00003	0.00011	0.00020	0.00066	0.00277	0.00430	0.00452	0.00452	0.00452	0.00452	0.00452	0.00452	0.00452	0.00452
49	0.00002	0.00006	0.00012	0.00041	0.00205	0.00330	0.00348	0.00348	0.00348	0.00348	0.00348	0.00348	0.00348	0.00348
合計特殊出生率	2.10435	2.02970	1.98836	1.87053	1.80705	1.81713	1.80758	1.80336	1.80136	1.80057	1.80030	1.80015	1.79998	1.80000

図2 コーホート年齢別出生率および出生順位別年齢別出生率：実績値と推計モデル：1935年生まれコーホート



いては次章で取り上げる。

図3, 1955年生まれコーホートでは, 1990年の時点で35歳の出生率までが記録されており, それ以降のデータは無い。したがって, モデルによる36歳以降の出生率が将来推計値となる(最終的には期間率に変換後, 若干の補整がなされる—後述)。35歳以下についてみると a. 年齢別出生率では比較的よく適合しているが, b. 出生順位別にみると第3子のピーク前後で誤差が見られる。

図4, 1965年生まれコーホートでは, 実績は25歳までしか得られず残りは推計となる。この段階に

図3 コーホート年齢別出生率および出生順位別年齢出生率：
実績値と推計モデル：1955年生まれコウホート

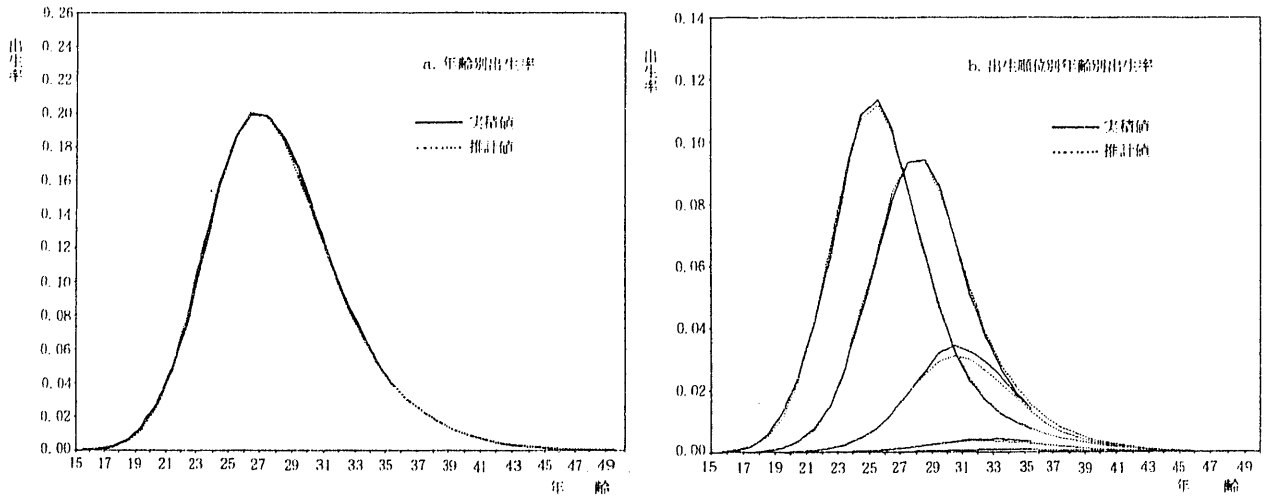
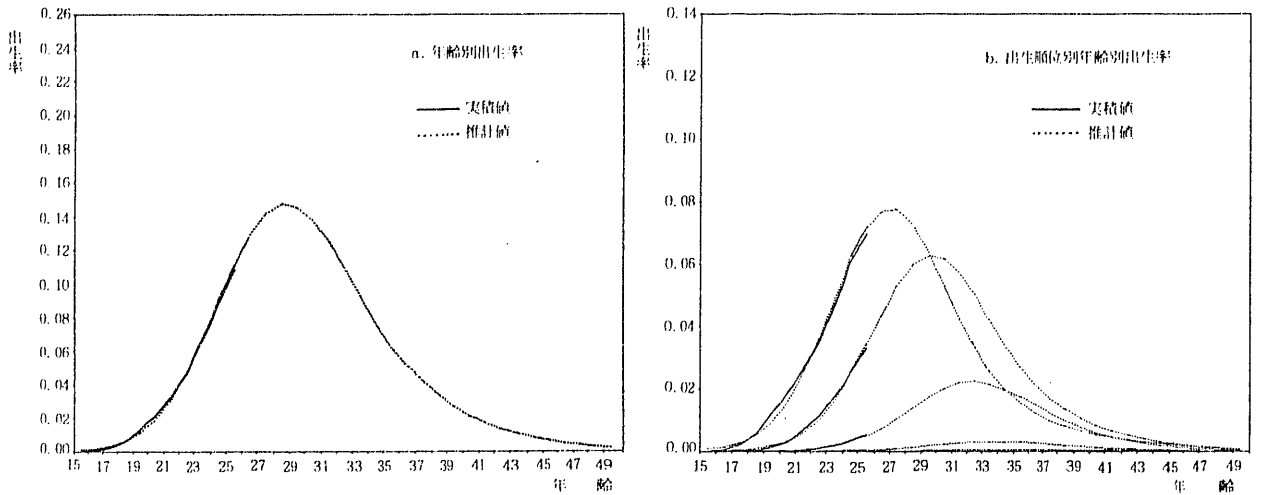


図4 コーホート年齢別出生率および出生順位別年齢別出生率：
実績値と推計モデル：1965年生まれコウホート



至ると、年齢別出生率は実績から客観的に推計されたものと言うよりも、得られる限りのデータの示す趨勢とコーホートに対する仮定とによって設定されたものとしての色彩が強くなる。

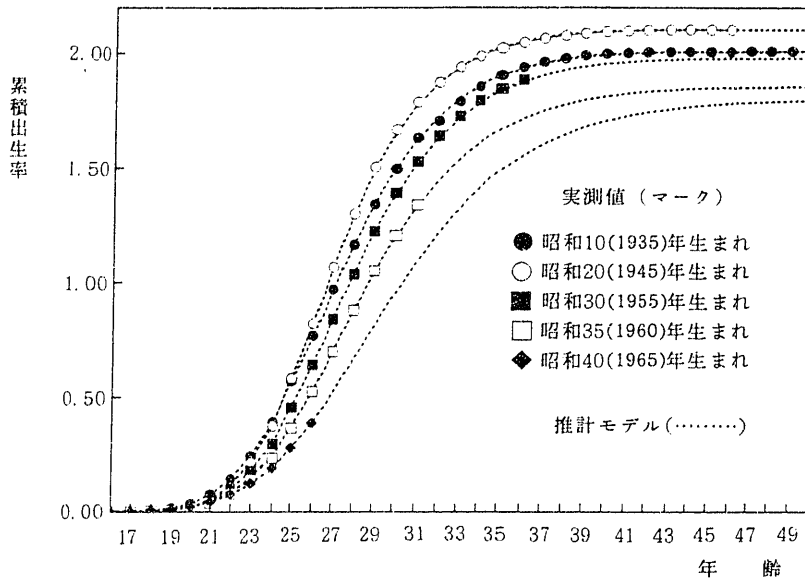
以上、コーホートの推計値と実績値との図による比較では、体系的と考えられるような誤差はとくに認められなかった。

図5には、さらにいくつかのコーホートについて、年齢別累積出生率による推計値と実績値との比較を示した。マークが実績値、曲線が推計値を表す。晩産化により、若いコーホートほど立ち上がりが遅く、なだらかになっていく傾向が示されている。また、完結レベルもしだいに低くなって行く。

2. 将来の年次の年齢別出生率の推計

一連のコーホートの年齢別出生率を年齢ごとに組み換えることによって、年次別の年齢別出生率が得られる。たとえば、年次2000年の20歳の出生率は1980年生まれのコーホートの20歳における出生率であり、同年21歳の出生率は1979年生まれのものに当たる。このように、ある年次の年齢別出生率は複数のコーホートの出生率をつなぎ合わせたものである。結局、2010年生まれコーホートまでの出生率の推計値が得られれば、年次2025年までの年次別の推計値が得られることになる（2010年生まれコーホートは2025年に15歳）。

図5 コーホート別年齢別累積出生率：実績値と推計モデル



また、推計の開始年次については、今回の推計に得られたコーホートのデータが1935年生まれ以降のものであるから、このコーホートが出生過程の最終満年齢（49歳）に達する1984年以降についての年次別年齢別出生率の推計値が得られることになる。そこで、推計と実績データの双方が得られる年次（1984-1991）について推計値と実績値とを比較してみたものが、表7である。コーホートに対する推計値を組み換えただけの期間推計値に関する指標を「コーホートモデル」の欄に、後述する補整を与えた最終的推計値を「中位推計」

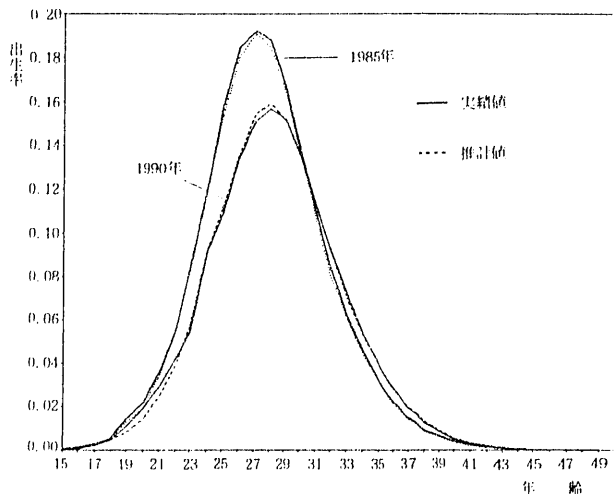
の欄に示した。

まず、合計特殊出生率について見ると、コーホートモデルから得た推計値は実績に比較して1989、1990年を除いてやや低めである。これは、コーホートのパラメータ設定の際、最新データ1990年分（1991年は、出生順位別データが得られなかった）に対するあてはまりを基準として設定したため

表7 年次別合計特殊出生率，平均出生率，および出生年齢分布標準偏差：実績値，モデル値，推計値

年次	合計特殊出生率			平均出生年齢			出生年齢分布標準偏差		
	実績値	コーホートモデル	中位推計	実績値	コーホートモデル	中位推計	実績値	コーホートモデル	中位推計
1984	1.811	1.748	-	28.15	28.09	-	3.912	3.890	-
1985	1.764	1.726	-	28.28	28.24	-	3.940	3.909	-
1986	1.723	1.695	-	28.40	28.39	-	3.964	3.937	-
1987	1.691	1.657	-	28.55	28.55	-	3.980	3.975	-
1988	1.656	1.616	-	28.70	28.71	-	4.028	4.020	-
1989	1.572	1.576	-	28.84	28.85	-	4.093	4.070	-
1990	1.543	1.540	-	28.95	28.99	-	4.143	4.120	-
1991	1.535	1.518	-	29.01	29.12	-	4.187	4.169	-
1992	-	1.497	1.511	-	29.23	29.20	-	4.216	4.237
1993	-	1.484	1.499	-	29.34	29.31	-	4.262	4.282
1994	-	1.480	1.495	-	29.45	29.42	-	4.308	4.326
1995	-	1.485	1.500	-	29.54	29.52	-	4.352	4.369
2000	-	1.593	1.603	-	30.06	30.05	-	4.580	4.590
2005	-	1.714	1.718	-	30.60	30.59	-	4.909	4.916
2010	-	1.775	1.776	-	30.98	30.97	-	5.253	5.257
2015	-	1.796	1.796	-	31.15	31.14	-	5.455	5.458
2020	-	1.800	1.800	-	31.18	31.18	-	5.505	5.507
2025	-	1.800	1.800	-	31.18	31.18	-	5.508	5.508

図6 年次別年齢別出生率：実績値と推計値の比較



ある。したがって、この年次の出生率が
 コーホートモデルでは表現できない期間
 効果を含んでいるとすると、推計全体の
 レベルがその分だけ影響を受ける。現に
 1991年の実績値を加えた段階で見ると
 1989, 1990年はモデルに趨勢よりやや低
 い方向への効果を含んでいたように見え
 る。しかし、1970年代後半からの趨勢を
 見ると1984年をピークとする一時的反騰
 が期間効果として見られ、1984-88年は
 その効果の残存によって本来の水準より
 やや高めに推移したようにも見える。こ
 のように、コーホートモデルに基づくシ
 ステムであっても、最新年次における期

間効果の影響は、大きなトレンドはともかく、直近の年次の推計に微妙な浮動をもたらす。

表7における年齢別出生率に関するその他の特徴、すなわち平均出生年齢および出生年齢標準偏差については、概ね「コーホートモデル」によって良く予測されている²¹⁾。

さらに、年齢全体の適合のようすを概観するために1985年、1990年について年齢別出生率のカーブを比較してみたものが図6である。

さて、本システムでは将来一過性に生ずる期間的効果を予測することはできない。しかし、現在期間効果が働いているとすれば、それは最新の年次における実績値とコーホートモデルによる推計値との差として捉えられるはずである。その場合には、何らかの補整を行うことが考えられる。もっとも、実績値と推計値との差は、実際には期間効果以外のモデルの不適合などによるものも含まれているであろうが、現在の知見からはそれらを分離することは困難である。しかしながら、今回の場合表7、図6などから明らかのように最新年次における出生率の誤差は年次間の変動に比較して小さいので、すべてを期間効果としての補整の対象としても差し支えないであろう。

ここでは、最新年次における各年齢(x)での実績値と推計値の差(E_x)が引き続く年次の同年齢の出生率に減衰的に残存すると想定し、これを以下の指数関数によって与えた。

$$E_{x,t} = E_{x,0} \exp(-rt)$$

ただし、 t は最新年次を0とする年次、 r は減衰の速度を与え、今回は $r=0.2$ とした。これによれば、残差 E_x は約3.5年で半減する。ただし、今回の推計では各 E_x は微小なため、この補整による推計値に対する効果は僅かである。

このようにして得た最終的な将来の出生率(「中位推計」と「コーホートモデル」によるそれとの違いの概要は、表7に示したとおりである。

21) なお、適合の良さを示す数値である二乗誤差の全年齢にわたる和を 10^5 倍した数値は、1984年から1990年まで順に、29.7, 11.5, 8.7, 12.0, 14.3, 7.4, 10.5であった。

IV 考察

今回提案された出生力推計システムを機能的観点から位置付けると、それはコーホートの出生行動パラメータを将来の年次の年齢別出生率へ変換する装置であると言える。これらのパラメータは、出生力を構成する要素の中から時間的な変動成分を表現するものとして抽出されたものであり、具体的には各出生順位の出生経験者の割合（出生レベル）、平均出生年齢（出生時期）、出生年齢分布の標準偏差（出生速度）に該当するものである。このシステムによる将来の出生力推計の最初の作業は、現在までに得られた実績の年齢別出生率をコーホートの行動パラメータセットに変換することである。具体的にはコーホートに組み換えた年齢別出生率にモデルをあてはめて、パラメータを推定する。出生過程途上のコーホートに対してもパラメータの推定が行われるので、この段階ですでに将来の予測がなされていることになる。次に、パラメータの推移の予測を行う。これは、パラメータの時間的趨勢と外生的に与えられた目標値との補間などの方法による。最後に、推計されたパラメータを将来の年齢別出生率に変換、投影する。

操作の対象を年齢別出生率からパラメータへ置き換えることにより、第一に出生という現象の経済的（parsimonious）な記述が可能となり、第二に予測性が向上する。それは、一般にマクロ量（出生率）よりミクロ量（行動パラメータ）の方が、多くの面で将来に対する見通しが得やすいことによる（たとえば、夫婦に対するインタビュー調査で今後の出生（確）率について尋ねることはできないが、生涯に持つつもりの子供数や次の子供を持つ時期について尋ねることはできる）。

現在のシステムの課題としては、まず出生順位別モデルの適用によるパラメータの過剰が挙げられる。このパラメータの冗長性は出生順位間の連関を考慮することによって排除することができるであろう。とくに各出生順位の出生時期の間には強い相関が有るはずである。それらパラメータ間の関係については、ミクロ面では実態調査、マクロ面では地域分析によって定量的に分析することが可能であるから、その結果を組み込むことによって、システムの操作すべきパラメータを減らすべきであろう。

次に挙げられることは、社会経済的要因をはじめとする出生力の周辺要因をシステムに取り込むことである。現在のシステムは、人口学的メカニズムのみによって構成されており、周辺要因の操作はパラメータの仮定に含めるかたちでシステム外から与えている。しかし、事象歴分析法におけるパラメトリック回帰モデルを応用し、各パラメータを外の変数の関数とすることで、周辺要因を直接システムに含めることができる。また、それに必要な回帰係数についても、実態調査などから直接推定する方法が確立している²²⁾。

将来推計に関わるより本質的な課題としては、期間効果の扱いがある。ここでは、コーホートモデルをベースとし、最新の実績に基づいて若干の期間的補整を与える他は、期間効果は扱っていない。期間効果が年々の出生率を大きく変動させ得るということは、「ひのえうま」の例に端的に見ることができる。将来推計との関わりから見ると、期間効果は二種類に分けることができる。それはトレン

22) 対数ガンマ分布を用いた回帰分析の手法については、

J. F. Lawless, *Statistical Models and Methods for Lifetime Data*, New York, John Wiley & Sons, 1982.

など参照。これを初婚年齢について適用した例については、金子隆一、前掲（注6）を参照。

また、Coale-McNeil モデルの初婚、第1子出生年齢について適用した例については、

J. Trussell and D. E. Bloom, "Estimating the Co-variates of Age at Marriage and First Birth", *Population Studies*, Vol.37, 1983, pp.403-416.

ドに影響しない期間効果とトレンドを変える期間効果である。前者については、長期的見通しを得る目的からは、それを一過性の偶然変動として除外してかまわないことになる。より問題となるのは、後者すなわち引き続く期間効果がトレンド自体を変える場合であろう。これについては、はたしてそのような効果が存在するか、するならどの程度の効果をもつのか、ということ把握することが先決である²³⁾。その上で、将来推計に期間効果を反映させるためには、さらに二つの課題がある。第一に、期間効果の原因となる要因が特定され、その変動と出生率の変動の定量的関係が把握されなければならない。そして第二に、その原因自体の変動が予測できなくてはならない。これらに対して一般的な対処法は無いとみるべきであり、重要と見られる要因個々についての知識を増やしてゆく以外に方法は無いであろう。

むすび

将来の出生力を予測するために、我々は何をすべきだろうか。何を知り、それをどう用いればよいのであろうか。本稿で取りあげた年齢別出生率の将来推計システムはそうした問いに答えることを主要な目的として提案された。それによれば、各コーホート各出生順位の出生経験者の割合（出生レベル）、平均出生年齢（出生時期）、出生年齢分布の標準偏差（出生速度）がわかれば、将来の各年次の年齢別出生率が得られる。本稿では、それを実際にわが国の出生力の将来推計に適用することによって示した。

ただし、本システムではそれらパラメターの推移について、趨勢の延長部分を除けば、外生的に仮定を与える必要がある。この仮定の選択には、社会経済的情勢をはじめとする総合的な判断を要する。そのような観点からすると、現在のシステムは出生力の周辺要因を包括的に含んだ、より大きな推計システムの中心部分を担うサブセットとして位置づけられるだろう。

23) 期間効果の把握については、実は本システムがその分析の枠組みとして応用できる。すなわち、出生率に対する期間効果は出生率の変動からコーホート効果を取り去ったものとして捉えられるから、本システムを純粋なコーホート効果をシミュレートする装置として、期間効果を取り出すために用いることができる。

A Projection System for Future Age-Specific Fertility Rates

Ryuichi KANEKO

This paper presents detailed description of a newly developed fertility projection system which was used in Population Projections for Japan, and Population Projections by Prefectures, officially announced in September and November, 1992 respectively. The system is based on a model of age-specific fertility rate by birth order, and it converts parameters which convey behavioral traits of cohort fertility into age-specific fertility rates of future years.

In this paper, first, I compared several nuptiality models regarding applicability to cohort age-specific fertility rates by birth order. The comparison was made among models based on log-gamma distribution as extensions of Coale-McNeil Nuptiality model, model proposed by Hernes (1972), log-logistic model, and model based on gamma distribution. They were examined in goodness of fit and predictability of cohort fertility characteristics (completed fertility level, mean age at birth, and spread of age at birth). As a result, 4-parameter log-gamma distribution model indicated good overall applicability and predictability especially to higher birth order, and seemed more suitable for the projection system.

Using the log-gamma model with empirical adjustment, fertility rates were projected in future up to 2025. First, parameters of the model were estimated by the maximum likelihood method for cohorts who have completed substantial parts of their fertility process, and then time trends of the parameters were projected toward targets for cohorts who are in early stages of the process, or not yet in the process at all. Second, the estimated and projected parameter values were converted into cohort age-specific fertility rates by the model. Next, the cohort fertility rates were reconstructed into period age-specific fertility rates. The projected period fertility were compared with actual statistics for years in which both data and projection were available, indicating good correspondence. Finally, the system provided the projected future fertility rates with a minor adjustment for most immediate years.

Some major problems, reduction of the model, introduction of socioeconomic factors into the system via parametric regression method in event history technique, and treatment of period effects were briefly discussed.