

# 年金財政の計量モデル

松本 浩太郎

## I 年金数理

### 1 年金数理の意義

年金数理とは年金財政の仕組を説明するための単なる道具(tool)にしかすぎぬ。年金数理とは生命保険数理論(actuarial theory)の延長ないし応用問題である。年金数理はいわば die Kunde(練習帳)の域に止まり、到底 Lehre や Theorie の格ではない。したがって年金数理だけの単独の著作は古今東西を通じて皆無であり、わずかに確率論、保険数理または年金に関する文献のなかの一章として述べてあるにすぎぬ<sup>1)</sup>。

年金制度の財政の仕組は、生命保険の計理運営といろいろの点で著しい相異点——たとえばベース・アップ、スライド制、労働力構成の変化等——があるにもかかわらず、これら年金財政に著しい影響を及ぼす注目すべき要因に目をおおい、生命保険数理を金科玉条として援用し、これを単純に“年金数理”<sup>2)</sup>と命名し、限定された外生変数——たとえばベース・アップやスライドの率は除外して——だけで、保険料Pや積立金Mを内生変数として解こうとしてきたところに無理があった。したがって年金制度に対する正当なる価値判断や目的を、年金数理自らが次第に抹殺してゆく傾向がうかがえる。正に角を矯めんとして牛を殺すの類となるであろう。年金制度から社会保障本来の機能、すなわち生存権の保障を喪失せしめてゆく犯人はほかならぬ“年金数理”ではないかとの疑問さえも抱くであろう。だがこれを年金数理の罪に帰するのは早計である。

生命保険数理の延長として捉えたものが“狭義の年金

1) E. Czuber, *Wahrscheinlichkeitsrechnung*, Bd. II, SS. 348-365.

A. Loewy, *Versicherungsmathematik*, Kapitel VIII. Sozialversicherungsdeckungsverfahren.

松本浩太郎「年金の話」(日経文庫)8『やさしい年金数理』。

2) “年金数理”という術語は外国にはない。日経連編『退職年金——その理論と方法』(1952)の“第5章退職年金の数理”で始めて命名された。亀田豊治郎博士はこれを“基礎計算”と呼んでいた(1920)。

数理”であるとすれば、これに計量経済学の考え方を添加した構造を“広義の年金数理”と名付けるならば、外生変数もパラメーターも意のままに付加することによって、年金制度に固有な目的を十分に達成可能な財政計画を樹立することは、必ずしも困難ではないと思う。

社会経済の構造変化と高度成長の現状下の年金制度は好むと好まざるにかかわらず、多様化と多元化の傾向を示してきているだけに、相づぐ新型年金制度の登場に対して依然として狭義の年金数理だけで立ち向うことは、螳螂の斧を振るの姿にも比せられる。新型年金制度の開発を可能ならしむるには、まず何よりも「年金制度を狭義の年金数理の呪縛からの解放(Entzauberung der Rentenmatematik)」であり、“年金数理を通じて年金数理の上に(durch die Rentenmatematik über die Rentenmatematik hinaus)”構築される財政の仕組こそは、ほかならぬ年金財政の計量モデル(econometric model of pension financing)である。

年金財政の健全性とは、収支相等の原則と呼ばれている形而上学的な年金数理の原則の一貫性を押し通すだけでは到底達成しがたく、社会経済の現実的な変化に呼応して、既裁的年金者集団や保険料拠出者集団の欲望をできる限り満足せしめてゆくことを可能ならしむる計理運営の継続遂行である。狭義の年金数理に対する過信よりめざめて、年金制度に光明の世紀(siecle de la Lumière)を告げる福音こそは、年金制度の計量モデルにはかなぬ。

けだし昭和36年に国民皆年金制実施の際、年金財政の仕組が計量モデルへと編成換えされていたならば、国民皆保険料徴収体制の独走を許すことなく、同時に国民皆年金支給体制を実施せしめ得たと思う。思うに強制加入の公的年金における財政の健全性とは、自転車操業をそつなく継続できれば十分である。

### 2 年金数理の目的

年金数理の目的は次の7項目の遂行にある。

- (1) 計算基礎の選定

- (2) 保険料の算定
- (3) 責任準備金の算出
- (4) 過去勤務債務の計算
- (5) 整理資源の算出
- (6) 利源別分析
- (7) 収支計画表の策定

これらの各項目についてここに詳細に述べるだけの余白をもたぬので、特に重要な点のみにふれておく。

#### (1) 計算基礎の選定

計算基礎とは計量モデルにおけるパラメーターの役割を果すものである。狭義の年金数理では、①予定利率、②脱退残存表 (service table), ③給料指数 (salary scale), ④退職年齢または年金支給年齢, ⑤年金者死亡生残表等の5項目であるが、計量モデルとして取扱う場合には、⑥新規加入年齢, ⑦新規加入の被保険者数の割合, ⑧ベース・アップの割合, ⑨スライドの割合等をもパラメーターとして追加する。一般に⑦～⑨の3項目を総称して“成長率”と呼んでいる。

以下の計量モデルで活用するパラメーター、いわゆる計算基礎の記号をのべる。

$i$  予定利率

$c$  成長率

$\delta = \log(1+i)$  瞬間予定利率 (利力)

$\rho = \log(1+c)$  瞬間成長率 (成長力)

$\alpha$  歳 初期加入年齢 (initial age)

$r$  歳 退職年齢即年金支給開始年齢

$\omega$  歳 既裁定年金者集団の最高到達年齢

$L_x^{(s)}$   $x$  歳の被保険者数

$\bar{L}^{(s)} = \sum_{\alpha}^{r-1} l_x^{(s)}$  保険料拠出者集団の人員合計

$g_x$   $x$  歳の被保険者 1 人当たり標準報酬年額

$G = \sum_{\alpha}^{r-1} l_x^{(s)} g_x$  保険料拠出者集団の標準報酬年額

$\mu_x^i$   $x$  歳の被保険者の ( $i$ ) なる事故の脱退力

$\mu_x = \sum_i \mu_x^i$   $x$  歳の被保険者の総脱退力

$b_x$   $x$  歳の被保険者の給料指数

$S_x^i$  同上の者の ( $i$ ) なる事故の給付標準

$\lambda_x = \log \frac{b_{x+1}}{b_x}$  同上の者の昇給力

$l_z$   $z$  歳の既裁定年金者の人数

$\eta_z$  同上の者の瞬間死亡率 (死亡力)

$\theta$  既裁定年金者 1 人当たりの平均年金額

$R = \theta \sum_r^{\omega} l_z$  既裁定年金者集団の年金額

$\beta_1$  ベース・アップの割合

$\beta_2$  スライドの割合

したがって自動スライド制の場合には  $\beta_1 = \beta_2$  であるから、これを単に  $\beta$  とかく。すなわち、

$$\beta = \beta_1 = \beta_2$$

また上述の記号定義より、次式が成立する。

$$l_r = l_r^{(s)} \text{ および } l_a = 0$$

#### (2) 保険料の算定

年金財政において保険料と称せられるものは次の5通りである。併せて記号も添える。

1. 賦課式保険料 (Umlageverfahren, pay-as-you-go basis) 記号は  $P_u$
2. 年金現価積立保険料 (Kapitaldeckungsverfahren, Terminal funding) 記号は  $P_K$
3. 数理的保険料 (actuarial contribution, Durchschnittsverfahren). これはまた正常原価 (normal cost) あるいは加入年齢式平準保険料 (entry age method of level premium) 記号は  $P_d$
4. 到達年齢式平準保険料 (attained age of level premium) 記号は  $P_{aa}$
5. 解放型総合保険料 (generale Durchschnittsverfahren, aggregate cost) 記号は  $P_g$

以上述べた五つの保険料  $P_u$ ,  $P_K$ ,  $P_d$ ,  $P_{aa}$  および  $P_g$  の年金数理による公式は Charles L. Trowbridge が極限方程式 (maturity equation) を用いてきわめて明快に解いている<sup>3)</sup>。さらに Terminal funding の  $P_K$  と数理的保険料  $P_d$  との間には予定利率  $i$  と  $c$  との関係を反映して次の定理1が成立する<sup>4)</sup>。

**定理1** 予定利率  $i$  と成長率  $c$  との間の大小関係

$$i \geq c$$

に対して Terminal funding  $P_K$  と数理的保険料  $P_d$  との間には次の不等式が成立する。

$$P_K \geq P_d$$

なお Trowbridge は、成長率  $c=0$  とおいた極限方程式のみを取扱っているから、

$$P_K > P_d$$

と結論しているが、これは誤りである。後述する吾孫子の極限方程式(21)式を用いれば定理1は容易に証明できる。

- 
- 3) Charles L. Trowbridge, "Fundamentals of Pension Funding", TSA, Vol. IV, 1952, pp. 17-43. この論文は年金アクチュアリーたる者の必読の文献であり、第一生命数理課長花沢実氏の名訳がある。
  - 4) 定理1の証明は、松本浩太郎「社会保険制度における保険料の算定」『矢野恒太君保険関係 50年記念文集』, 326 頁をみられたい。

定理 1 によれば、今日の高度成長経済のもとでは明らかに成長率  $c$  は予定利率  $i$  より大きく、かつ労働力人口も非常な勢いで増加し、さらに人口の老齢化に伴い退職年齢  $r$  歳もまた Sweden の統計<sup>5)</sup> 等を斟酌すれば高年齢へと漸増すると思われるが、「Terminal funding  $P_K$  を活用することが最低廉価の保険料」ということができるであろう。そして高度経済成長が鈍化ないし停止した場合には、すでに所得水準ははなはだしく高額に達しているので、たとえ高率の保険料が課徴されたとしても、可処分所得もまた十分豊かになっているので保険料負担はさほど過重とはならないであろう。

しかも Terminal funding 方式では過去勤務年金もベース・アップ年金も派生する事がないので、整理資源をわざらわす必要はない。そして年金制度実施と同時に定年退職者や年金受給事由発生者に対しては、保険料拠出期間の長短を問うことなく即時完全年金の支給が健全なる財政計画として肯定できる。

### (3) 責任準備金

責任準備金とは「将来の年金支出額を賄うには、将来の保険料収入と利息収入との和では不足するので、両者の差額」をいう。つまり年金財政では債務として負っている責任準備金相等額を資産として積立てなければならぬ。一般に責任準備金は次の三つに分解できる。

(1) 保険料拠出者集団の分  $\bar{V}$

(2) 既裁定年金者集団の分  $\bar{a}$

(3) 過去勤務債務（整理資源の収入現価） $U$

したがって責任準備金として資産勘定に積立保有すべき資産  $M$  は、次式で表示できる。

$$M = \bar{V} + \bar{a} - U \quad (1)$$

そしてベース・アップが  $\beta_1$  の割合で発生すれば保険料拠出者集団の責任準備金  $\bar{V}$  は、

$$\beta_1 \bar{V}$$

だけ増加し、またスライド年金が  $\beta_2$  の割合で発生すれば既裁定年金者集団の責任準備金  $\bar{a}$  は、

$$\beta_2 \bar{a}$$

だけ積立増加を必要とする。しかしベース・アップやスライド年金が行われてもその瞬間には保有資産  $M$  は別段何等の変化を生じない。つまり、要積立額 ( $\beta_1 \bar{V} + \beta_2 \bar{a}$ ) だけ過去勤務債務  $U$  は  $-\Delta U$  だけの変化を生ずる。すなわち、

$$\beta_1 \bar{V} + \beta_2 \bar{a} = \Delta U \quad (2)$$

となる。したがって(1)式は次のとく書き換える。

$$M = (1 + \beta_1) \bar{V} + (1 + \beta_2) \bar{a} - (U + \Delta U) \quad (3)$$

5) Statistisk årsbok, 1968, SS. 440-441 (Statistiske Centralbyrå).

だがわれわれは、積立金  $M$ 、責任準備金  $\bar{V}$  および  $\bar{a}$  や過去勤務債務  $U$  の金額の大きさだけで判断することは、必ずしも妥当ではない。ベース・アップが行われた場合には必ず保険料拠出者集団の標準報酬年額  $G$  で除した比率、つまり「積立比率」  $r(T)$ 、 $m_1(T)$ 、 $m_2(T)$  および  $n(T)$  で判断することが合理的である。したがって(1)式の両辺を  $G$  で除せば、

$$r(T) = \frac{M}{G} = \frac{\bar{V}}{G} + \frac{\bar{a}}{G} - \frac{U}{G} \\ = m_1(T) + m_2(T) - n(T) \quad (4)$$

すなわち、積立比率  $m_1(T)$ 、 $m_2(T)$  および  $n(T)$  は、

$$m_1(T) = \frac{\bar{V}}{G}, \quad m_2(T) = \frac{\bar{a}}{G}, \quad n(T) = \frac{U}{G} \quad (5)$$

である。ここに  $T$  は年金制度実施後の経過年数を示している。完全成熟状態における積立比率はきわめて簡潔に示されるけれども<sup>6)</sup>、未成熟状態の場合の積立比率はきわめて複雑な数式となる<sup>7)</sup>。

一般に年金制度が成熟するに伴い、とくにベース・アップとスライド年金が継続してゆく限り、 $m_2(T)$  および  $n(T)$  はますます大きくなってきていくことは、表1「積立比率の分析」において、 $m_2(T)$  および  $n(T)$  が公共企業共済の分で断然多いことが裏書きしている。しかし実施後 10 数年にすぎぬ私学共済が厚生年金に比較して大きい理由は、昭和 29 年元旦に実施の際「過去勤務年金を完全年金とした」という英断にほかならぬ。

### (4) 責任準備金率に関する微分方程式

保険料拠出者集団の責任準備金  $\bar{V}$  は次式で計算できる。

$$\bar{V} = \sum_{\alpha}^{r-1} l_x^{(\alpha)} g_x v_x \quad (6)$$

ここに責任準備金率  $v_x$  は次の龜田の微分方程式において  $v_0=0$  とおいて解けばよい<sup>8)</sup>。

$$\frac{dv_x}{dx} = v_x (\sum_i \mu^i x + \delta - \lambda) - \sum_i \mu^i S^i + p \quad (7)$$

表 1 積立比率の分析（概算）

	$r(T)$	$m_1(T)$	$m_2(T)$	$n(T)$	$G(T)$
厚生年金	0.3	0.4	0.1	0.2	8兆円
私学共済	0.4	0.7	0.2	0.5	700億
公企体共済	0.7	2.7	1.0	3.0	3,000億

6) 前掲「年金の話」、197頁。

7) 松本浩太郎「年金財政とその経済モデル」『信託復刊』第 76 号、11 頁、(8)式、12 頁、(12)式。

8) 『統計学辞典』、東洋経済新報社刊、791頁。

表2 完全成熟係数と年金の財政計画

区分	成熟係数 (現在)	過去勤務年金 有(完全年金または暫定年金) 無	完全成熟状態に到達までの年数	完全成熟係数	財政計画
公共企業体共済	30%	有 暫定年金	20~30年	80%以上	修正賦課式
国家公務員共済	8%	有 "	30~50年	"	"
厚生年金	3%	無	30年	25%~	階段式保険料
国民年金	0%	無 暫定年金	40~50年	20~30%	"
OASDI	20%	有 "	20~30年	30~40%	"
英国の国民年金	30%	有 "	20~30年	40%	"
船員プール制年金	6%	有 完全年金	3年	10%	完全賦課式

ここに  $\alpha$  は数理的保険料とする。

また既裁定年金者集団の責任準備金  $\bar{\alpha}$  は次式で計算できる。

$$\bar{\alpha} = \theta \sum_r^{\infty} l_z \alpha_z \quad (9)$$

ここに年金現価  $\alpha_z$  は次の微分方程式を解いて得られる。

$$\frac{d\alpha_z}{dz} = (\eta_z + \delta) \alpha_z - 1 \quad (10)$$

(5) 過去勤務債務  $U$  と整理資源  $Q$  の算出公式  
以上を以て  $\bar{V}$  と  $\bar{\alpha}$  が求められたので現在の保有資産  $M$  との差額として過去勤務債務  $U$  を算出する。

$$U = \bar{V} + \bar{\alpha} - M \quad (11)$$

次に過去勤務債務  $U$  の処理方法を次の4通り述べる。

### 1. 即時積立 (complete funding)

$$Q = U \quad (12)$$

したがって過去勤務債務  $U$  は即時完全償却されてしまったのであるから、以後(1)式は  $U=0$  だから、

$$M = \bar{V} + \bar{\alpha}$$

となる。これは昭和40年1月、ICUの学内年金実施の際採用された実例があり、最も堅実な財政計画として高く評価されている。

### 2. 修正積立

これは、 $U$  を有限年数  $n$  年間で償却する方式であるから、 $n$  年確定年金現価  $a_{\bar{n}}$  より、

$$Q = \frac{U}{a_{\bar{n}}} \quad (13)$$

を得る。したがって  $m$  年経過後の過去勤務債務残高を  $U_m$  で記せば、

$$U_m = \frac{a_{\bar{n}-m}}{a_{\bar{n}}} U \quad (14)$$

となるので、(1)式は次の通りとなる。

$$M = \bar{V} + \bar{\alpha} - \frac{a_{\bar{n}-m}}{a_{\bar{n}}} U \quad \text{for } m < n$$

$$= \bar{V} + \bar{\alpha} \quad \text{for } m \geq n$$

この修正積立方式は適格年金で採用されている方式であって企業年金の財政方式としてはまさに適切である。しかし税法では、

$$\frac{1}{a_{\bar{n}}} \geq \frac{1}{5}$$

と規定している。予定利率  $i=5.5\%$  で上式を満足するには  $n \geq 7$  年以上となっているので、必ずしも企業経理の現状に即応していない。ベース・アップが毎年継続して発生する限り、後発債務  $\Delta U$  はなるべく速かに償却する必要があるにもかかわらず、7年以上もこれを累積せしむることは「インフレに血迷う整理資源」との非難をあびる。できうべくんば即時積立(12)さえも税法上で認めるよい。

### 3. 凍結方式 (frozen)

過去勤務債務  $U$  または後発過去勤務債務  $\Delta U$  は発生当初のままの金額に据置凍結する方式をいう。すなわち整理資源  $Q$  は、 $U$  の利息相当分にあたる。

$$Q = U \times i \quad (15)$$

したがって、積立金  $M$  はつねに(1)式のままでよい。

$$M = \bar{V} + \bar{\alpha} - U$$

この凍結方式は農林年金および厚生年金、国民年金における開放型総合保険料方式で採用している。適格年金や調整年金における後発過去勤務債務は有限年数による“修正積立方式”を認可しておきながら、調整年金の財政計画に限り開放型総合保険料方式を許可していることはきわめて興味深い。つまり①初期過去勤務債務の償却方法を凍結方式とし、②後発債務のそれを修正積立方式と区別したことは、貸借対照表における負債の部で前者を①資本金に、後者を③社債等借入金に区分した勘定科目と対比した卓見である。

なお、数理的保険料  $P_d$  と凍結方式の整理資源  $Q$  の和が、開放型総合保険料  $P_g$  に相等しことは次の定理が物語っている<sup>9)</sup>。

9) 前掲 4) の329頁の(6)式の証明がある。

**定理 2** 数理的保険料  $P_d$  と凍結式整理資源  $Q$ との和は、解放型総合保険料  $P_g$  に相等しい。

$$P_d + U \times i = P_g \quad (16)$$

#### 4. 修正賦課方式

修正賦課方式とは過去勤務債務  $U$  の処理方法に成長率  $c$  を取り入れた方式であるから、 $U$  は毎年  $c$  倍ずつ増加してゆく。整理資源は予定利率  $i$  と成長率との差  $(i-c)$  を  $U$  に乘すればよろしい。

$$Q = U(i-c) \quad (17)$$

一般に経過  $T$  年度末に払込まれる整理資源を  $Q_T$  とすれば、前年度末の過去勤務債務残高を  $U_{T-1}$  として、

$$Q_T = U_{T-1} \times (i-c) \quad (18)$$

となる。同様に  $U_T$  は次の循環式により毎年  $(1+c)$  倍ずつ累積してゆく。

$$U_T = U_{T-1}(1+c) = U(1+c)^T \quad (19)$$

したがって積立金  $M$  の公式(1)は、

$$M = \bar{V} + \bar{a} - U(1+c)^T \quad (20)$$

となるから、保険料拠出者集団の責任準備金  $\bar{V}$  および既裁定年金者集団の責任準備金  $\bar{a}$  はいずれも毎年  $(1+c)$  倍以上の公比で増加してゆく集団でない限りは、上式(20)で示される積立金  $M$  は遂に負債となってしまう。すなわち修正賦課方式は保険集団が成長集団であることを条件とする。わが国では私学共済組合および公企体共済組合がこの修正賦課方式を踏襲してきている。

### 3 年金数理の 4 原則<sup>10)</sup>

年金数理が年金財政の仕組を説明するためには、次の 4 原則を守らねばならぬ。

- (1) 年金財政の恒久的健全性
- (2) 拠出金と年金給付と公平性の原則
- (3) 拠出金（保険料）の最低廉価性の原則
- (4) 債権、債務の平準化の原則

これら年金数理の 4 原則は、ベース・アップやスライド年金の連続慣習化のために漸次、その内容と解釈が幅広く弾力的になってきた。生命保険数理のごとき厳格さは到底この 4 原則に期待し難く、ここに広義の年金数理、すなわち年金財政の計量モデルが登場してきた。

年金財政の健全性を恒久的に保障する方法は現実問題としてはあり得ない。理論的には年金財政の恒久的健全性を保障する模型を確立し得たとして、予期し得ない外性変数の登場や変化、または模型の parameters の修正を必要とするに至る。したがってこれらの変化や修正を 3 年ないし 5 年目毎に加えてゆくことが、恒久的健全性

10) 前掲 6) の 182 頁。

表 3 厚生年金保険法における段階式保険料率と平準保険料率

(単位 %)

	1種 (男子)	2種 (女子)	3種 (坑内夫)
昭和40. 5 ~ 44. 10	55	39	67
44. 11 ~ 49. 10	65	49	77
49. 11 ~ 54. 10	70	54	82
54. 11 ~ 59. 10	75	59	87
59. 11 ~ 64. 10	80	64	92
64. 11 ~ 69. 10	85	69	97
69. 11 ~ 74. 10	95	74	107
74. 11 ~ 79. 10	105	79	117
79. 11 ~ 84. 10	115	84	127
84. 11 ~ 89. 10	125	89	137
89. 11 ~ 94. 10	135	94	147
94. 11 以降	139	94	153
平準保険料	86	64	98

確立の方法にしかすぎない。

もちろん、多額の積立金を保有することが望ましいのではあるが、だれが、いかにして積立金の捻出負担に耐えてゆかれるかということはほとんど解決できない。現実問題としては表 2 「完全成熟係数と年金の財政計画」が示しているとおり、船員プール制年金のごとく完全成熟係数が 10% 以内であれば完全賦課方式でも差支えない。しかし、完全成熟係数が 20% 以上かつスライド制が実施されてゆく限り、修正賦課方式ないし段階式保険料にたよるほかはないと思う。まだわが国では十分理解普及はされていないが、国民皆年金体制下では “Terminal funding 方式” を推したいと思う。

そして段階式保険料やスライド制年金が継続してゆく限り公平性の原則や保険料最低廉価の原則を堅持することは困難となる。表 3 「段階式保険料率と平準保険料率」によれば、厚生年金保険法では「平準保険料率は男子 86/1,000 であるにもかかわらず、昭和 69 年 11 月以降は 95/1,000 となり、平準保険料率以上の負担が認められている」ことを肯定しなければならぬ。幸いにして個人の所得水準が上昇してゆけば、たとえ高い料率が十分高騰しても可処分所得が上昇してゆく限り、高率の保険料に対しては必ずしも不平不満をいわぬであろう。

これを要するに動態経済のもとでは、年金数理の 4 原則の完全なる成立は捨てねばならなくなってしまった。すなわち年金数理の 4 原則が放棄されてしまってはもはや狭義の年金数理は成り立ち得なくなったので、ここに「広義の年金数理」すなわち「年金財政の計量モデル」を確立することによって、これを解決するのほかはない。年金制度が果してゆかなければならないその生活保障的機能を、年金数理の 4 原則の強行を以て抹殺してはいけないはずである。年金数理を形成してきた“古い諸規範” はなく

なったので、年金財政の計量モデルが生まれた。

## II 吾孫子の極限方程式

### 4 完全成熟状態における収支の均衡

完全成熟状態において、毎年の収入と支出が均衡する関係を示すのが、吾孫子の極限方程式である。つまり年金財政の収支相等の原則である。まず記号を定義する。

#### M 保有する積立金

$P(i)$  予定利率  $i$  のときの保険料収入

$B$  年金給付額

しかるべき、保険料および給付が期末払とすれば収支相等の原則を示す次の方程式が成立する。

$$M \times i + P(i) = B \quad (21)$$

つまり「積立金からの利息収入と保険料収入との和で年金給付を削ればよい」ということを意味している。この方程式は昭和 11 年 5 月、馬場大蔵大臣が、「5 分利国庫債券を 3 分半利債へと低利借換」を行った際、国鉄共済組合財政はこの低金利政策の影響を蒙り「積立金よりの利息収入減 102 万円」となった。このため保険料収入  $P(i)$  をそれだけ国庫負担によって補填する必要を生じたため、当時官房保健課事務官吾孫子豊氏が(21)式を提示して関係各方面を説得し、ついに利差損補填を全額国庫負担によって解決したので、この(21)式を吾孫子の極限方程式と呼んでいる。この式より若干の諸性質を導く。

#### 1. 積立金の限度

(21)式を積立金  $M$  について解けば(4)式において  $T \rightarrow \omega$  の場合の数値となる。

$$M = \frac{B - P(i)}{i} \quad (22)$$

$$\therefore \gamma(\omega) = \frac{M}{G} = \frac{B}{G} = \frac{P(i)}{G} \quad (23)$$

経済的積立比率  $\gamma(\omega)$  の限度は、

$$0 \leq \gamma(\omega) \leq 6$$

であるから、厚生年金保険の保険拠出者集団の標準報酬年額  $G=10$  兆円と仮定すれば、その完全成熟時における積立金は国庫負担金分を控除すれば 50 兆円未満であることが推計できる。

$$10 \text{ 兆円} \times 6 \times (1 - 0.2) = 48 \text{ 兆円} < 50 \text{ 兆円}$$

#### 2. 予定利率 $i=0$ の場合

$P(i)$  を予定利率  $i$  のときの数理的保険料とすれば、(21)式において  $i \rightarrow c$  として、

$$\lim_{i \rightarrow 0} \{M \times i + P(i)\} = B$$

$$\therefore B = P(0)$$

となるから、「年金給付額  $B$  は予定利率  $i=0$  の場合の数理的保険料」となる。 $P(i)$  および  $P(0)$  を標準報酬年額  $G$  で除した所要財源率をそれぞれ  $p(i)$  および  $p(0)$

$$p(i) = \frac{P(i)}{G}; \quad p(0) = \frac{P(0)}{G}$$

であるから、(23)式の積立金比率  $\gamma(\omega)$  は次式となる。

$$\gamma(\omega) = \frac{p(0) - p(i)}{i} \quad (24)$$

#### 3. 未来永遠にわたる収支相等の原則の成立

(22)の右辺を Keynes の乗数効果の無限等比級数にならって展開すれば、

$$\begin{aligned} M &= \frac{B - P(i)}{i} = \{B - P(i)\} \frac{1}{1+i} \frac{1}{1 - \frac{1}{1+i}} \\ &= \{B - P(i)\} \frac{1}{1+i} \left\{1 + \frac{1}{(1+i)} + \frac{1}{(1+i)^2} + \dots \right\} \\ &= \{B - P(i)\} \sum_{t=1}^{\infty} \frac{1}{(1+i)^t} \end{aligned} \quad (25)$$

となる。(25)の右辺は「毎年度の収支不足額  $\{B - P(i)\}$  の未来永遠にわたる現価の総和」である。「この未来永遠にわたる収支不足額の現価が現有積立金に相等しい」ことを示す式は、まさに「未来永遠にわたる収支相等の原則」の成立を意味する。

#### 4. 每年自動スライドが $c$ の割合で行われた場合の要運用利回り $i'$

(21)式を予定利率  $i$  で解くと、

$$i = \frac{B - P(i)}{M} \quad (26)$$

である。自動スライド制のときには毎年の収支不足額  $\{B - P(i)\}$  が  $(1+c)$  の割合で幾何級数的に増加していくのであるから、 $n$  年間の収支不足額は、

$$\{B - P(i)\} (1+c)^n$$

に増大している。したがって要運用利回り  $i'$  は、(26)の両辺に  $(1+c)^n$  を乗じて得られる。すなわち、

$$i' = i(1+c)^n$$

となる。よって次の定理が成立する。

**定理 3** 完全成熟状態のもとで自動スライドが継続する場合、積立金  $M$  を増加せしめることなく利益のみでその不足財源を捻出するには、 $n$  年目の要運用利回りは次式となる。

$$i' = i(1+c)^n \quad (27)$$

ここに  $c$  は自動スライドの年率とする。

**例題** 定理 3において、 $n=10$ ,  $i=0.055$ , スライドの率  $c=10\%$  とすれば、要運用利回り  $i'=14.3\%$  となる。

$$i' = i(1+c)^n = 0.055 \times (1.01)^{10} = 0.143$$

現実問題として、保有資産を1割4分3厘に運用することは不可能に近い。したがって「利益だけでもスライドの財源を捻出することは不可能」である。

### 5. 自動スライドを確立する方式

自動スライドが年率 $c$ の割合で永久に継続する場合、 $n$ 年目の不足額の現価は、

$$\{B - P(i)\} \frac{(1+c)^{n+1}}{(1+i)^n}$$

である。したがって、上式の項の永久年金現価に相当するだけの資産を現在保有していればよい。すなわち、

$$\begin{aligned} M &= \{B - P(i)\} \frac{1}{1+i} \left\{ 1 + \frac{1+c}{1+i} + \left( \frac{1+c}{1+i} \right)^2 + \dots \right\} \\ &= \{B - P(i)\} \frac{1}{1+i} \sum_{t=0}^{\infty} \left( \frac{1+c}{1+i} \right)^t = \frac{B - P(i)}{i - c} \end{aligned} \quad (28)$$

を得る。(28)の分母を払い、上式を整頓すれば、次の「自動スライドの場合の吾孫子の極限方程式」が成立する。

$$M \times i + P(i) = B + M \times c \quad (29)$$

すなわち次の定理4を得る。

**定理4** 完全成熟状態のもとで、毎年 $c$ の割合で自動スライドが継続してゆくためには、つねに次式が成立するように積立金 $M$ を増加する必要がある。ただし $i > c$ 、

$$M \times i + P(i) = B + M \times c \quad (29)$$

### III Terminal funding

#### 5 吾孫子の極限方程式の分解

(21)式の資産 $M$ を(1)式に従って分解すれば、

$$M = \bar{V} + \bar{a} - U$$

であるから、

$$(\bar{V} + \bar{a} - U) \times i + P(i) = B \quad (30)$$

となる。年金制度がスライドやベース・アップが継続すれば、過去勤務債務 $U$ が増加することはすでに表1で指摘したとおりである。したがって、(30)式でつねに、

$$\bar{V} - U = 0$$

たらしむるべく保険料 $P(i)$ を決定すれば、(30)が示す通り、

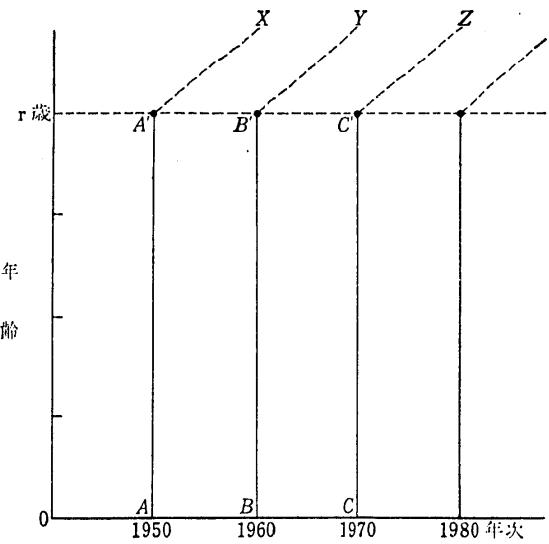
$$\bar{a} \times i + P_K = B \quad (31)$$

となる。上式よりすでに引用した論文のなかで、Torowbridgeは、Terminal funding $P_K$ を次式で示している。

$$P_K = \theta \frac{l_r^{(s)} a_r}{G} \quad (32)$$

上式は、「Terminal fundingによる保険料収入 $P_K$ ・ $G$ が当該年度中に発生した年金受給者 $l_r^{(s)}$ 人に対する終身年金現価

図1 Terminal funding の図解



$$\theta l_r^{(s)} a_r$$

を貰う」ことを意味する。これは図1「Terminal funding の図解」が示している通り、「1950年に $A'$ の時点での $r$ 歳の定年退職に対する終身年金 $A'X$ の原資は、1970年に勤務している $AA'$ の被保険者が保険料として調達する」ことにはかならない。

#### 6 自動スライド年金の場合

(32)式において毎年 $c$ の割合で自動スライドするために、終身年金現価を次式 $a_r(c)$ で算出しておけばよい。

$$\begin{aligned} a_r(c) &= \frac{1}{l_r} \left\{ l_r + l_{r+1} \frac{1+c}{1+i} + l_{r+2} \left( \frac{1+c}{1+i} \right)^2 + \dots \right\} \\ &= \frac{1}{l_r} \sum_{t=0}^{r-1} l_{r+t} \left( \frac{1+c}{1+i} \right)^t \end{aligned} \quad (33)$$

もしも、自動スライドの割合が予定利率 $i$ に相等しいならば、すなわち、

$$i = c$$

とすれば、自動スライド年金現価 $a_r(c)$ は、

$$a_r(c) = \frac{1}{l_r} \sum l_r = e_r = \text{平均余命} \quad (34)$$

となる。

平均余命年数 $e_r$ を自動スライド年金現価 $a_r(c)$ に相等しいとおけば、予定利率 $i$ に相当するだけの自動スライド年金をTerminal fundingは保障する。

#### 7 厚生年金保険法についての例題

表4に示してある通り、厚生年金保険法の新規裁定者についてTerminal funding方式で保険料をもとむれば、現行料率よりもはるかに低い保険料で間に合うことが分

表 4 厚生年金保険法（老齢、遺族、障害）年金の所要財源 (Terminal funding)

区 分	新規裁定 $\alpha_l$		定額の場合				自動スライドの場合 (スライドの場合 = 予定利率)			
			年金現価 $a_r$	責任準備金 $\text{③} \times \text{④}$	保険料拠出者集団の標準報酬年額 $G$	所要財源率 $P_K$ $\text{⑤} \div \text{⑥}$	年金現価 $a_r$	責任準備金 $\text{③} \times \text{⑧}$	保険料拠出者集団の標準報酬年額 $G$	所要財源率 $P_K$ $\text{⑨} \div \text{⑩}$
①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩	⑪ = ⑨ $\times \frac{16}{12}$
昭38	66,481	2,478,083千円	12	298億	4兆4,200億円	6.8%	16	⑤の 4 3 倍	⑥の 4 3 倍	9.1%
39	72,652	2,755,157	"	331	5 1,400	6.5	"			8.7
40	120,724	9,725,232	"	1,170	6 3,800	18.5	"			24.6
41	134,265	11,326,706	"	1,360	7 3,200	18.6	"			24.8
42	132,760	11,633,931	"	1,390	9 2,500	15.1	"			21.0
43										
備考										

る。

昭和42年簡易生命表(男子)によれば、55歳の平均余命は19.66年、60歳の平均余命は15.99年、および65歳は12.50年である。

$$l_{55}=19.66\text{年}; l_{60}=15.99\text{年}; l_{65}=12.50\text{年}$$

また、確定年金現価  $a_{\bar{n}}$  は、

$$i=5.5\% \text{ のとき, } a_{\bar{20}}=11.9503; a_{\bar{21}}=12.275$$

$$i=7.0\% \text{ のとき, } a_{\bar{27}}=11.9867; a_{\bar{28}}=12.137$$

となる。

したがって、スライドなき場合の年金現価  $a_r$  を12とおくと、表4⑦欄より、最高  $18.6/1,000$  となり、42年に  $15.1/1,000$  とかえって低下している。料率として賦課するにはこれの8割でよいから、昭和41年度の Terminal funding は、

$$\frac{18.6}{1000} \times 0.8 = \frac{14.9}{1000}$$

わずか  $14.9/1,000$  にすぎぬ。したがって現行料率  $55/1,000$  は3.7倍であるから、現行料率で優に37,000円年金の支給が可能となる。

次に自動スライドが予定利率と相等しい場合の年金現価  $a_r$  は、60歳の平均余命を勘定して、

$$a_r=16$$

とおけば、表4⑪欄よりせいぜい  $25/1,000$  未満ですむ。したがって料率として賦課するにはその8割でよいから、

$$\frac{25}{1,000} \times 0.8 = \frac{20}{1,000}$$

$20/1,000$  の保険料率となる。この料率の2.7倍が現行料率  $55/1,000$  であるから、現行料率をそのまま据置いても20,000円年金は即時実施できる。

しかしながら、20,000円年金を行うには既裁定年金者70万人ための整理資源<sup>11)</sup>は  $21/1,000$  である。したがって、20,000円年金を実施するための料率は次式より  $61/1,000$  で間に合う。

$$\frac{20}{1,000} \times 2 + \frac{21}{1,000} = \frac{61}{1,000}$$

したがって、本年11月より実施予定の20,000円年金の財政計画を Terminal funding 方式に従えば  $61/1,000$  で十分であるので、 $65/1,000$  の料率の高すぎる事が明らかとなった。国民皆年金体制下における財政計画は、開放型総合保険料方式より、Terminal funding が適切であり、かつ低廉であり、しかも自動スライドが可能であるなど多くの利点を有する。

### 8 Terminal funding 方式の平準化

表4に従えば、すでに Terminal funding 方式による保険料率は昭和41年度で頭打ちになっているとはいえ、決してこれは楽観できない。定年退職者数が将来激増すればたちまち  $P_K$  は激増する。他面中高年層の雇用が殖えて、定年退職年齢  $r$  歳が漸増してゆけば逆に  $P_K$  は減少する。この様に Terminal funding 方式の保険料  $P_K$  は経済変動に敏感である。このため  $n$  年間（一般に  $n=10$  年）にわたってこれを平準化することがぞましい。よって  $n$  年間の Terminal funding の平準保険料  $\bar{P}_K$  は次式となる。

$$\bar{P}_K = \frac{\sum_{t=0}^{n-1} \left( \frac{1+c}{1+i} \right)^t l_r^{(s)} a_r(c) v^t}{\sum_{t=0}^{n-1} \left( \frac{1+c}{1+i} \right)^t G v^t}$$
(35)

11) 前掲 7) の15頁、例題。

現実問題として年齢構成も標準報酬年額  $G$  も毎年変動するから、 $\text{倘式の } c, l_r^{(s)}, G$  は毎年度の推定値を、脱退残存表や給料指標により算出しておかねばならぬ。しからずんば倘は、

$$\bar{P}_K = \frac{\theta l_r^{(s)} a_r(c)}{G}$$

となり、(32)式と同一になってしまふおそれが生ずる。

### 9 国民皆年金制のもとにおける年金権の意義

年金権の定義は具体的には明らかにされていない。ここでは、年金権を①年金期待権、②年金受給権、③年金スライド権にわけて、それぞれの保障額は次の積立金が対応する。

① 年金期待権は  $\bar{V}$

② 年金受給権は  $\bar{a}$

③ 年金スライド権は  $-U$

思うに国民皆年金制のもとでは、年金期待権は自動的に保障されている。いわば日本人は「天賦年金権」が法律で賦与されていることになる。したがって、保険料拠出者集団の者に対して年金期待権の保障積立額  $\bar{V}$  は無用の存在となる。しかるに、あえて開放型総合保険料方式を踏襲することは国民皆年金制の意義に適せぬ。まさに“年金高権”(Rentenhoheitsrechte) の上に独断の仮想をつづけるにひどい。国民皆年金制とは「国民皆年金即時支給体制」にほかならぬのであるから、その財政計画は Terminal funding 方式へと変革することが適切である。昭和 17 年 6 月実施の厚生年金保険の財政計画をそのまま模倣踏襲して、開放型総合保険料方式を昭和 36 年の国民年金法に適用したことは、“天賦年金権”を主張する国民皆年金の趣旨を十分達成し難く、昭和 46 年度までは年金支給皆無の状態を維持せざるを得なくなつたのである。

もしそれ厚生年金や国民年金の財政計画がたとえ Terminal funding 方式に切り変えられたとしても、これらの代行機関である調整年金や国民年金基金の財政計画でもまた Terminal funding 方式で良いとはいひ難い。それらの運営主体が企業であるか、地方公共団体であるかによって判断を下す必要がある。

少くとも運営主体が企業である調整年金では、適格年金と同様に「数理的保険料  $P_d$  と、修正積立(18)式による整理資源  $Q$  との和」によってこそ、年金期待権、年金受給権および年金スライド権を保障し得る。しかし、東京都が運営主体となって本年 4 月より実施となった心身障害者扶養年金制度が、その財政計画として Terminal

funding 方式を採用していることは妥当適切である。Terminal funding 方式の利点は、①制度実施と同時に年金支給開始が可能であり、②過去勤務年金の思想は消え去り、③整理資源は盲腸化する、等をあげ得る。

## IV 計量モデル

### 10 政策スライドの場合

政策スライドではベース・アップ率  $\beta_1$  と、スライドの割合  $\beta_2$  は相異なる二つの外生変数となる。しかるとき、内生変数  $M(T)$ ,  $\bar{V}(T)$ ,  $\bar{a}(T)$ ,  $U(T)$ ,  $Q(T)$ ,  $v_x$ ,  $a_x$  および  $P(t)$  の八つを次の連立方程式から求めればよい。ここに、 $Q(T, i, c, n)$  は 2 の(5)における(12), (13), (15)および(17)のいずれによるも差支えはない。

$$M(T) = \bar{V}(T) + \bar{a}(T) - U(T) \quad (1)$$

$$U'(T) = \beta_1 \bar{V}(T) + \beta_2 \bar{a}(T) + U(T) \delta - Q(T) \quad (36)$$

$$\bar{V}(T) = \sum_{\alpha}^{r-1} {}^{\binom{r}{\alpha}} b_x v_x \quad (6)$$

$$\bar{a}(T) = \theta \sum_{\tau}^{x+T} {}^{\binom{x}{\tau}} a_x \quad (9)$$

$$\frac{dv_x}{dx} = v_x (\mu_x + \delta - \lambda_x) - \sum \mu^i_x S^i_x + p(i) \quad (7)$$

$$p(i) = \frac{\int_a^r l_x^{(s)} \mu_x^i b_x S_x^i e^{-\delta(x-\alpha)} dx}{\int_a^r l_x^{(s)} b_x e^{-\delta(x-\alpha)} dx} \quad (37)$$

$$\frac{da_x}{dz} = (\eta_x + \delta) a_x - 1 \quad (10)$$

$$Q(T) = Q(T, i, c, n) \quad (12), (13), (15), (17)$$

以上の方程式群を解いて、積立金  $M(T)$  の運動法則を明らかにし、たとえ、整理資源  $Q(T)$  が十分に過去勤務債務に見合うだけの金額とならなくとも、次式、

$$M(T) > 0 \quad (38)$$

を満足するに足る年数  $T$  の値を把握し、かつ上式(38)を堅持し得る限りは、年金財政は具体的には健全なりと判断するのほかはない。

なおこれらの問題は現実には、表 5 の収支の見通し、すなわち収支計画表の策定を通じて検定できる。しかし表 5 ではベース・アップもスライドも皆無とした計算であるが、表 6-A および B はそれぞれ、自動変数 (autonomous variable) として標準報酬年額  $G$  および年金給付額  $B$  を用いたもので、いわゆる“動態化された収支計画表”にほかならぬ。収支計画表の動態モデルは全く未開の分野ではあるが、表 5 のごとくスライドもベース・アップも全く無視してしまった収支の見通しだけでは、動態下の成長経済に相応しい年金財政の健全性を確認することはほとんど不可能に近い。表 6-A および B は、収支

表 5 収支の見通し(金額表示)

(単位 億円)

T	区分	収入				積立金 $M$	
		保険料 $P$	利息 $M \times i$	国庫負担 $B \times 0.2$	計		
23	昭40	3,049	700	112	3,860	541	14,729
28	45	3,779	1,743	195	5,717	975	34,934
33	50	4,410	3,148	383	7,942	1,893	61,835
38	55	5,081	4,881	690	10,652	3,422	94,807
43	60	5,695	6,918	1,067	13,681	5,300	133,436
73	90	6,060	18,242	5,897	30,199	29,416	341,178

資料 山本船後著『厚生年金保険法精解』

表 6-A 総標準報酬年額=Gを単位の動態分析

(単位 %)

T	区分	収入				積立金率 $\frac{M}{G}$	総標準報酬年額 $G$	
		保険料率 $\frac{P}{G}$	利子 $\frac{M \times i}{G}$	国庫負担 $\frac{B \times 0.2}{G}$	計			
23	昭40	55	13	2	70	9	267	5兆5,000億
28	45	60	27	3	90	15	554	6兆3,000億
33	50	65	46	6	116	28	904	6兆8,000億
38	55	70	67	9	146	47	1,310	7兆3,000億
43	60	75	91	14	180	70	1,755	7兆5,000億
73	90	90	272	88	450	438	5,082	6兆7,000億

注 厚生年金保険法は昭和17年から実施となっているので、昭和43年は  $T=23$  となる。

表 6-B 給付金=Bを単位の動態分析

(単位 %)

T	区分	収入				積立金 $\frac{M}{B}$	総標準報酬年額 $\frac{G}{B}$	
		保険料率 $\frac{P}{B}$	利子 $\frac{M \times i}{B}$	国庫負担 $\frac{B \times 0.2}{B}$	計			
23	昭40	5.64	1.3	0.2	7.14	1	27.2	101.7
28	45	3.94	1.8	0.2	5.94	1	36.4	64.8
33	50	2.33	1.7	0.2	4.23	1	32.7	35.9
38	55	1.49	1.4	0.2	3.09	1	27.7	21.3
43	60	1.07	1.3	0.2	2.57	1	24.8	14.3
73	90	0.21	0.6	0.2	1.01	1	11.6	2.3

計画表動態化のための一つの事例にすぎず、より良き収支計画表の動態モデルの開拓を期待しつつ筆をおく。

## 付記

厚生年金保険法の改正案は第 61 回国会で審議未

了となつたので、2万円年金の実施期は不明である。少くとも本年 11 月よりの実施は不可能となつた。(44.8.24)