

親族数分布に関する解析的モデル

鈴 木 透

I 問題

親族数分布に関するデータは、数多くの分野で必要とされる情報である。人口学的な関心としては、親族カテゴリー別親族数が世帯構造の主要な決定因のひとつであることがあげられる。現実の世帯構造は、文化ごとの世帯形成規則と、同居可能な親族の有無・数の共作用の結果である¹⁾。また親族数分布は人口動態率と密接に関連しているため、親族に関するデータからの人口増加率の推定も試みられている²⁾。人口学者以外でも、高齢者介護に関心のある政策立案者、子どもの発達に関心のある心理学者、親族集団の文化的差異に関心のある人類学者、遺伝病の動向に関心のある遺伝学者などにとって、親族数に関するデータ情報はきわめて重要な情報となり得る。

ところが現実には、親族数に関する経験的なデータは乏しく、必要な情報を入手するのは難しい。系図学的調査は労働集約的で、膨大な資料を必要とする。知りたい情報を含む標本調査を捜し出すのは困難であり、独自に実施するのは費用がかかる。センサスから世帯員以外の親族に関する情報が得られることは、めったにない³⁾。

人口学者は、標準的な人口データから親族数分布を得るための様々な人口モデルを試みてきた。それらは、解析的モデルとシミュレーション・モデルに大別できる。解析的モデルは、人口変数の組合せから親族数分布が導かれる過程を一連の数式で示すもので、シミュレーション・モデルに理論的基礎を与える。シミュレーション・モデルでは、人口変数と親族数の関係がアルゴリズムの形で与えられており、メカニズムが不明瞭になる一方、解析的モデルよりはるかに複雑なシステムを扱うことができる。

本稿では、既存の解析的モデルについての理論的考察を行なう。従来のモデルがパリティ構造を欠く人口モデル上に展開されていることが、特に深刻な問題を生じていることを示す。このことは単に一般性・現実性を損なっているばかりでなく、モデル内部においてある種の不合理を生じているのである。

1) De Vos, Susan and Alberto Palloni, "Formal models and methods for the analysis of kinship and household organization", *Population Index*, Vol.55, No.2, 1989, p.175.

2) Goldman, Noreen, "Estimating the intrinsic rate of increase of a population from the average numbers of younger and older sisters", *Demography*, Vol.15, No.4, 1978, pp.499-507; Wachter, Kenneth W., "The sisters' riddle and the importance of variance when guessing demographic rates from kin counts", *Demography*, Vol.17, No.1, 1980, pp.103-114; McDaniel, C. L. and E. A. Hammel, "A kin based measure of r and an evaluation of its effectiveness", *Demography*, Vol.21, No.1, 1984, pp.41-51.

3) Smith, James E., "The computer simulation of kin sets and kin counts", in Bongaarts, John, Thomas Burch and Kenneth Wachter(eds.), *Family Demography: Methods and their Applications*, Clarendon Press, Oxford, 1987, p.249.

この点を解決するため、パリティ構造を加えたモデル上に親族モデルを展開することを考える。パリティ構造をもつ人口モデルをたて、最近のわが国におけるデータに基づき、具体的に数値計算を行う。そこから親族数分布を求める式を導き、従来の親族モデルから得られる結果と比較する。

II Lotka モデル上に展開された親族モデル

親族のうち直系尊属は最初に数が確定しており、単性モデルでは常にひとり、両性では n を世代数として 2^n 人が、存在したことがある尊属数である。したがって直系尊属の数への関心は、本人の加齢につれて尊属の生存確率が減少する過程に対するものに限られる⁴⁾。

しかし直系卑属と傍系の親族については、生存数だけでなく出生数にもばらつきがある。女子のみの単性モデルについて言えば、たとえば娘数は、尊属のように本人が存在することによって自動的に確定するわけではなく、最終的に 0 人の場合もあり得る。姉妹数は母親が生んだ娘の数 - 1 で、やはり出生数は確定していない。孫娘の数は本人による出生と娘のそれとが関わっており、姪の場合は母親と姉妹の出生数が関わっている。

Goodman らは Lotka の安定人口モデルに依拠し、女子の親族数（出生数と生存数）を解析的に求める一連の数式を示した⁵⁾。そこでは直系尊属、直系卑属をはじめ、姉妹、姪、オバ、イトコといった親族カテゴリーが広くとりあげられている。

しかしこのうち、傍系親族に関する式に問題があることが、Goodman ら自身によって指摘されている⁶⁾。彼らのモデルでは、出生した姉妹数の期待値は次式で得られる。

$$\text{姉} \quad S^{\text{old}} = \int_{\alpha}^{\beta} W_x \int_{\alpha}^x m_y dy dx \quad (2-1)$$

$$\text{妹} \quad S_z^{\text{young}} = \int_{\alpha}^{\beta} W_x \int_0^z \frac{l_{x+y}}{l_x} m_{x+y} dy dx \quad (2-2)$$

ここで (α, β) は再生産期間、 m_x は年齢別女兒出生率、 l_x は年齢別生存率、 z は本人の現在年齢である。また W_x は母娘年齢差が x 年である確率で、安定人口下では増加率 r と生存率・出生率の関数である。

$$W_x = e^{-rx} l_x m_x \quad (2-3)$$

式 (2-2) に見るように、妹の出生には本人の現在年齢、つまり母親が再生産期間のどの時点にいるかということと、本人の出生後母親が生存しているかどうかに関わっている。では、母親が死亡せずに再生産期間を終えた場合の姉妹の確定数を考えてみよう。

$$S^{\text{old}} + S^{\text{young}} = \int_{\alpha}^{\beta} W_x \int_{\alpha}^x m_y dy dx + \int_{\alpha}^{\beta} W_x \int_x^{\beta} m_y dy dx = \int_{\alpha}^{\beta} m_y dy \quad (2-4)$$

4) 鈴木透, 「直系尊属の生存確率」, 『人口問題研究』, 第48巻第1号, 1992年, pp.32-37.

5) Goodman, Leo A., Nathan Keyfitz and Thomas W. Pullum, "Family formation and the frequency of various kinship relationships", *Theoretical Population Biology*, No.5, 1974, pp.1-27.

6) Goodman, Leo A., Nathan Keyfitz and Thomas W. Pullum, "Addendum to family formation and the frequency of various kinship relationships", *Theoretical Population Biology*, No.8, 1975, pp.376-381.

このように GRR を表す式が得られ、姉妹数の期待値は娘数に一致してしまう。では、出生行動が世代的に一定不変で、かつ母親が再生産期間末まで死亡しなければ、必ず姉妹数と娘数（両性モデルならきょうだい数と子ども数）の平均は一致するのだろうか。出生数別分布に関する情報があるものとして、考えてみよう。

娘を i 人生んだ女子の比率を p_i とする。子どもを女兒に限定しないのであれば、 p_i は子どもを i 人生んだ女子の比率を表す。安定人口のように年齢別出生率が不変の場合、母の世代も本人の世代も娘数（両性なら子ども数）の平均 N は同じで、

$$N = \sum_{i=0}^I i p_i \quad (2-5)$$

ただし I は最大娘数（子ども数）である。一方、本人が i 人姉妹（きょうだい）のひとりである確率が $i p_i / N$ であることから、姉妹数（きょうだい数）の平均 S は、

$$S = \sum_{i=1}^I (i-1) i p_i / N = N - 1 + \sigma^2 / N \quad (2-6)$$

のように娘数（子ども数）の分散 σ^2 を含んだ式になる⁷⁾。Goodman らのモデルのように $N=S$ となるためには $\sigma^2 = N$ でなければならず、これは一般的ではない。つまり Goodman らは、出生児数に平均と分散が一致する特殊な分布を課していることになる。

平均と分散が同じ値をとるとするのは、ポワソン分布の特徴である。Krishnamoorthy の家族周期モデルでは、このポワソン分布がより明確な形で現われている。たとえば、最終的な無子率は次式で与えられる⁸⁾。

$$B_0 = \int_0^{\omega} l_x \mu_x \exp\left(-\int_0^x m_t dt\right) dx \quad (2-7)$$

ただし ω は最大年齢、 μ_x は死力である。また Krishnamoorthy の場合、 m_x は女兒に限定しない年齢別出生率である。

再び母親が死亡せずに再生産期間を過ぎた場合について考えよう。再生産期間に入る前に死亡する女子も無子率の計算から除くものとする、 β 歳以下では死亡がないことから、

$$B_0 = \frac{1}{l_{\beta}} \int_{\beta}^{\omega} l_x \mu_x dx \exp\left(-\int_{\alpha}^{\beta} m_t dt\right) = \exp\left(-\int_{\alpha}^{\beta} m_t dt\right) \quad (2-8)$$

この式は無子率が e^{-TFR} で得られること、つまり平均出生児数が無子率を完全に決定することを意味している。たとえば TFR が 2.0 であれば、無子率は必ず $e^{-2} = 13.5\%$ でなければならない。Krishnamoorthy モデルでは、無子率に限らず出生児数別分布は全てポワソン分布で与えられる。つまり平均さえあれば分布が完全に決定できるが、逆に分布が異なりたまたま平均だけが一致するという可能性は排除される。

7) Goodman et al., 1975 (脚注6), p.378. なお、同様の議論は次の箇所にもある。廣嶋清志, 「戦後日本における親と子の同居率の形式人口学的分析モデル」, 『人口問題研究』, 第167号, 1983年, p.26; Keyfitz, Nathan, *Applied Mathematical Demography, Second Edition*, Springer-Verlag, New York, 1985, p.287.

8) Krishnamoorthy, S., "Family formation and the life cycle", *Demography*, Vol.16, No.1, 1979, p.122.

Goodman らにせよ、Krishnamoorthy にせよ、これらの親族モデルは年齢構造のみの安定人口モデル (Lotka モデル) の上にたてられている。しかし傍系親族数や家族周期を扱う場合、パリティ構造に関する情報が必要となる。ところが準拠枠組である Lotka モデルにその情報が欠けているため、ポワソン分布を導入するなどして無理にでもパリティ構造を得ようとする。その結果、上に述べたような事態が生じていると考えられる。

Pullum は従来の親族モデルの難点として、安定性の仮定、パリティ過程の無視、等質性の仮定、単性への限定の四つを指摘している⁹⁾。このうちパリティ過程の無視以外の点は、現実の単純化というモデルの性格からやむを得ない面があり、それだけで直ちに深刻な欠点となるものではない。しかしパリティ構造の欠如は、「きょうだい数と子ども数の平均は等しい」「子どもの数の平均は無子率を完全に決定する」といった明らかに現実と整合しない結論を導く。これらは、ポワソン分布が導入された事情を十分に知っていなければ、理解し難い。

このように、親族モデルについて指摘された難点のうち、最も深刻でまず解決すべきものは、パリティ構造の欠如であると言える。そしてこの難点は、従来の親族モデルが準拠した Lotka モデルにパリティ構造が欠けていることが原因である。むしろ親族モデルは、年齢構造の上にパリティ構造を加えた人口モデル上に展開した方がよい。次節ではこのような人口モデルを、最近のわが国のデータを用いて、実際に作成する。

Ⅲ パリティ構造を持つ人口モデルの作成

年齢に加えてパリティ構造を持つ安定人口モデルは、数学的な考察も数値例の計算も何度か行なわれたことがあり、決して新しいものではない¹⁰⁾。それらには、パリティ以外に配偶関係 (未婚・既婚) を加えたり、パリティを女兒に限定せず男女込みで定義しているものが多い。

しかし本稿では詳細な年齢・結婚・パリティ構造のモデルを作ることが目的ではなく、従来の親族モデルの問題点を解決するために Lotka モデルに必要最小限の情報を追加することをめざしている。配偶関係は考慮しない。またパリティを男女込みで定義した場合、出生率が女子の安定人口増加率と直接結びつかなくなる。その場合、新たに女兒のみの出生率を用意せねばならず、モデルが不必要に複雑になるので、ここでは Goodman らのように女子しか登場しない完全な単性モデルを考えることにする。

年齢・パリティ構造をもつ人口モデルを作るには、まずパリティ別生命表が必要である。これはパリティ状態別女子人口が、前のパリティからの流入、次のパリティへの流出、および死亡によって年齢とともに変化する過程を示すものである。パリティ別生命表は多相生命表の一種だが、状態間の移行が不可逆で直線的なため、結婚の多相生命表¹¹⁾よりは構造が単純である。

パリティ別生命表の作成には、年齢別・パリティ別女兒出生率が必要で、さらにそのためには年齢別・パリティ別女子人口および女兒出生数がなければならない。その分母である年齢別・パリティ別

9) Pullum, Thomas W., "Some mathematical models of kinship and the family", in Bongaarts et al. (1987, 脚注3), p.273.

10) Keyfitz, Nathan, *Introduction to the Mathematics of Population*, Addison-Wesley, Reading, MA, 1968, pp.334-335; Oechsli, Frank W.M., "A population model based on a life table that includes marriage and parity", *Theoretical Population Biology*, No.7, 1975, pp.229-245; Das Gupta, Prithwis, "Age-parity-nuptiality-specific stable population model that recognizes birth to single women", *Journal of American Statistical Association*, Vol.71, No.354, 1976, pp.308-314; Inaba, Hisashi, *Duration-Dependent Multistate Population Dynamics*, Working Paper Series, No.9, Institute of Population Problems, Tokyo, 1992.

11) 高橋重郷, 「結婚の多相生命表: 1980年, 1985年」, 『人口問題研究』, 第45巻第3号, 1989年, pp.45-55.

女子人口は、次のようにして得た。まず人口問題研究所の第9次出産力調査（1987年）から、5歳階級別・女兒に関するパリティ別分布を得、 $M(5x, i)$ で表す。 x は5歳階級番号（3～9）、 i は女兒に関するパリティ（0～5）である。

出産力調査は有配偶女子を対象としているため、この分布を全女子についてのものに直す必要がある。そこで1987年の労働力調査（総務庁統計局）から女子の5歳階級別・配偶関係別分布 $S(5x, j)$ を得た。 j は配偶関係番号で、未婚を1、有配偶を2、死離別を3とする。未婚女子のパリティは0、死離別女子のパリティは有配偶女子に等しいと仮定し、全女子に関する5歳階級別・パリティ別分布 $M^*(5x, i)$ を次のようにして求めた。

$$\left. \begin{aligned} M^*(5x, 0) &= \{S(5x, 2) + S(5x, 3)\} M(5x, 0) + S(5x, 1) \\ M^*(5x, i) &= \{S(5x, 2) + S(5x, 3)\} M(5x, i), \quad i = 1, 5 \end{aligned} \right\} \quad (3-1)$$

上を1987年平均人口¹²⁾に乗じて、5歳階級別パリティ別日本人女子人口を求めた。

分子である年齢別・パリティ別出生数は、人口動態統計の母年齢別・出生順位別出生数から得た。出生順位＝パリティ＋1だが、人口動態統計の出生順位は男女込みの順位なので、これを女兒内での順位に変換する必要がある。男女合わせた順位で第 i 子である女兒が、姉妹の中では j 番目であることは、自分より先に生れた $i-1$ 人のうち $j-1$ 人が女子であることを意味する。したがって、母の年齢別・子の出生順位別女兒出生数 $B(x, i)$ を、女兒内での出生順位別に変換するには、次のように二項分布の公式に当てはめればよい。

$$B^*(x, j) = \sum_{i=1}^j C_{j-1}^{i-1} \theta_F^{j-1} (1-\theta_F)^{i-j} B(x, i) \quad (3-2)$$

ただし θ_F は出生児が女兒である確率で、今回は出生性比＝105を想定し、 $100/205$ とした。

表1は、以上の方法で求めた5歳階級別・女兒のパリティ別・女兒出生率である。これは生命表の中央死亡率に当り、ここから生命表の死亡率 q_x に当たる推移率を求めなければならない。しかもパリティ状態間の移動が5歳階級内で複数回起こり得ることから、推移率は1歳幅について求める必要がある。

1歳当りの推移率は、5歳階級内で一定とする。他にいくつかの仮定をおくことにより、第1子出生率 $q_0^{(b)}$ は解析的に求めることができる。まず出生と死亡が独立とし、また瞬間年齢で x 歳、 $x+1$ 歳、 $x+2$ 歳……の人口は幾何級数的に推移するとする。また、死亡に関するデータは1987年の簡易生命表（厚生省大臣官房統計情報部）から得るが、再生産期間内では5歳階級内での変動が小さいことから、各歳の生命表生存率 p_x の幾何平均 p を一律に適用して大過ないものとする。したがって、5歳階級内でのパリティ0の女子人口の推移モデルは、次のようになる。

$$l_{x+t,0} = l_{x,0} (p - q_0^{(b)})^t, \quad t = 0, 5 \quad (3-3)$$

5歳階級内の各一年幅の中では、パリティ別女子人口が直線的に推移するものとする、静止人口は次のようにして求められる。

$$\begin{aligned} {}_5L_{x,0} &= \frac{1}{2} \sum_{t=0}^4 (l_{x+t,0} + l_{x+t+1,0}) \\ &= l_{x,0} \{1 - (p - q_0^{(b)})^5\} \frac{1 + p - q_0^{(b)}}{2(1 - p + q_0^{(b)})} \end{aligned} \quad (3-4)$$

12) 平均人口については、廣嶋清志・坂東里江子、「日本人口の出生力に関する指標：男子、女子および男女計、1970～1987年」、『人口問題研究』、第45巻第3号、1989年、pp.29-40 参照。

また、この5歳階級の第1子出生数は次のようになる。

$${}_5B_{x,0} = \sum_{t=0}^4 q_0^{(b)} l_{x+t,0} = l_{x,0} \{1 - (p - q_0^{(b)})^5\} \frac{2q_0^{(b)}}{1 - p + q_0^{(b)}} \quad (3-5)$$

したがって表1に対応するモデル人口内の率は、

$${}_5M_{x,0} = \frac{{}_5B_{x,0}}{{}_5L_{x,0}} = \frac{2q_0^{(b)}}{1 + p - q_0^{(b)}} \quad (3-6)$$

上を変形すると、第1子出生率（各歳）は、次のようにして解析的に補間推計できることがわかる。

$$q_0^{(b)} = \frac{(1+p) {}_5M_{x,0}}{2 + {}_5M_{x,0}} \quad (3-7)$$

第2子以降の出生率は、このような解析的方法では得られない。そこで反復計算により、表1の5歳階級別出生率に合致する各歳の出生率を探索することになる。表2は、以上のようにして補間推計した年齢別・パリティ別出生率である。

表1 5歳階級別・女兒についてのパリティ別女兒出生率：1987年

年齢 x	第1子 ${}_5M_{x,0}$	第2子 ${}_5M_{x,1}$	第3子 ${}_5M_{x,2}$	第4子 ${}_5M_{x,3}$	第5子以上 ${}_5M_{x,4}$
15～19	0.0017407	0.4141341	0	0	0
20～24	0.0242544	0.0918359	0.0332952	0	0
25～29	0.0859108	0.0811959	0.0329524	0.0211166	0.0138264
30～34	0.0590142	0.0411195	0.0212800	0.0096661	0.0231163
35～39	0.0121475	0.0078002	0.0049037	0.0050215	0.0123468
40～44	0.0015015	0.0007441	0.0005635	0.0009414	0.0038330
45～49	0.0000302	0.0000186	0.0000219	0.0000438	0.0003051

表2 女兒のパリティ別・女兒出生率（5歳階級内で一定）

年齢 x	第1子 $q_0^{(b)}$	第2子 $q_1^{(b)}$	第3子 $q_2^{(b)}$	第4子 $q_3^{(b)}$	第5子以上 $q_4^{(b)}$
15～20	0.00174	0.48035	0	0	0
20～25	0.02396	0.11025	0.04054	0	0
25～30	0.08236	0.09008	0.03800	0.02521	0.01888
30～35	0.05731	0.04199	0.02223	0.01046	0.02517
35～40	0.01207	0.00782	0.00493	0.00508	0.01279
40～45	0.00150	0.00074	0.00056	0.00094	0.00385
45～50	0.00003	0.00003	0.00002	0.00004	0.00030

表2の出生率と、簡易生命表から得た生存率を用いて、年齢別・パリティ別生命表人口を計算する。パリティ0は死亡と第1子出生による減少のみ、パリティ1～4はひとつ前のパリティからの流入による増加と、出生および死亡による減少がある。本稿のモデルでは最大女兒出生数を5としており、パリティ5の女子には出生は起こらない。

$$\left. \begin{aligned}
 l_{x+t,0} &= l_{x+t-1,0} (p-q_0^{(b)}) \\
 l_{x+t,1} &= l_{x+t-1,1} (p-q_1^{(b)}) + l_{x+t-1,0} q_0^{(b)} \\
 l_{x+t,2} &= l_{x+t-1,2} (p-q_2^{(b)}) + l_{x+t-1,1} q_1^{(b)} \\
 l_{x+t,3} &= l_{x+t-1,3} (p-q_3^{(b)}) + l_{x+t-1,2} q_2^{(b)} \\
 l_{x+t,4} &= l_{x+t-1,4} (p-q_4^{(b)}) + l_{x+t-1,3} q_3^{(b)} \\
 l_{x+t,5} &= l_{x+t-1,5} p + l_{x+t-1,4} q_4^{(b)}
 \end{aligned} \right\} (3-8)$$

表3が、このようにして作成したパリティ別生命表である。出生時10万の女子のうち、女兒をひと

表3 パリティ別生命表 (1987年)

x	$l_{x,0}$	$l_{x,1}$	$l_{x,2}$	$l_{x,3}$	$l_{x,4}$	$l_{x,5}$
15	99,260	0	0	0	0	0
16	99,065	173	0	0	0	0
17	98,871	262	83	0	0	0
18	98,677	308	209	0	0	0
19	98,483	332	357	0	0	0
20	98,290	344	516	0	0	0
21	95,902	2,661	533	21	0	0
22	93,572	4,664	804	42	0	0
23	91,299	6,390	1,285	75	0	0
24	89,081	7,871	1,937	127	0	0
25	86,917	9,136	2,726	206	0	0
26	79,725	15,467	3,444	304	5	0
27	73,128	20,633	4,705	427	13	0
28	67,077	24,789	6,383	595	23	0
29	61,527	28,071	8,371	822	38	1
30	56,436	30,600	10,579	1,119	58	1
31	53,175	32,533	11,623	1,342	68	3
32	50,102	34,199	12,725	1,586	80	5
33	47,206	35,618	13,872	1,852	95	7
34	44,478	36,810	15,053	2,140	112	9
35	41,907	37,797	16,257	2,451	131	12
36	41,371	37,979	16,460	2,517	142	14
37	40,842	38,154	16,664	2,583	153	15
38	40,320	38,321	16,868	2,650	164	17
39	39,804	38,480	17,073	2,718	175	19
40	39,295	38,633	17,277	2,787	187	22
41	39,191	38,618	17,276	2,791	188	22
42	39,088	38,604	17,276	2,794	190	23
43	38,985	38,591	17,275	2,798	192	24
44	38,882	38,577	17,274	2,802	193	24
45	38,780	38,564	17,273	2,806	195	25
46	38,711	38,496	17,244	2,801	195	25
47	38,642	38,428	17,215	2,797	194	25
48	38,574	38,362	17,186	2,792	194	25
49	38,505	38,295	17,157	2,787	194	25
50	38,437	38,228	17,128	2,783	194	25

りも生まずに再生産終了年齢である50歳まで生存するものは38,437人、50歳時生存者の39.7%に当たる。年齢別出生率を男女込みで定義した場合、無子率はこの半分弱の19%前後だろう。いずれにせよ最近の低出生力を反映し、かなり高い値といえる。

表4 年齢別出生数と安定人口増加率：Lotka モデルとの比較

	Lotka モデル	年齢=パリティ・モデル
年齢別出生数	$\phi_x = l_x m_x$	$\phi_x = \sum_{i=0}^4 l_{x,i} m_{x,i}$
安定人口増加率	$r = -0.00727$	$r = -0.00634$

年齢=パリティ・モデルの安定人口増加率は、年齢構造のみの Lotka モデルとは一般に異なる。これは、パリティについて合計した死亡数の年齢別パターンは Lotka モデルに一致するものの、出生数の方はそうはならないからである。表4に年齢別出生数を求める式と、安定人口増加率の計算結果を、両モデルについて比較して示した¹³⁾。今回の場合、年齢=パリティ・モデルの方が若干増加率が高い（減少の速度が遅い）という結果になっている。

IV 年齢=パリティ・モデルにもとづいた親族数分布

以下では前節で作成したパリティ構造を持つ人口モデルにもとづき、親族数や家族周期に関わる指標を計算し、従来のモデルと比較する。

1. 姉妹数と娘数

まず Goodman らのモデルで問題とされた、姉妹数と娘数の関係について考えてみる。表5は、パリティ別生命表の50歳時パリティ分布と、同じ平均をもつポワソン分布を比較して示したものである。パリティ別生命表では、分散の値は平均より小さい。これに対してポワソン分布では、平均と分散が等しいため、より広がり大きい分布になる。特に無子率は、パリティ別生命表の38.7%に対し、43.9%と5%以上の過大評価になっている。分散が平均より小さい場合、(2-6)式から明らかのように、姉妹数は娘数よりも少なくなる。

では一般には平均と分散はどんな関係にあり、それによって姉妹数と娘数の関係はどうなるのだから

表5 50歳時パリティ分布(%)と平均姉妹数

モデル	出生女兒数 (%)						平均	分散	姉妹数
	0	1	2	3	4	5			
パリティ別生命表	39.7	39.5	17.7	2.9	0.2	0.0	0.84439	0.68700	0.65799
ポワソン分布	43.0	36.3	15.3	4.3	0.9	0.2	0.84439	0.84439	0.84439

13) Lotka モデルの増加率は、厚生省人口問題研究所(石川晃・坂東里江子),『全国日本人人口の再生産に関する指標(1985年~1990年)』,研究資料第272号,1992年による。

表6 出産力調査の完結出生児数分布(%)

調査次(年)	出生児数(%)											平均	分散
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
第1次(1940)	14.5	6.8	7.1	8.6	10.1	11.1	11.6	10.3	8.3	5.9	5.8	4.6	9.3
第2次(1952)	14.1	7.5	8.1	10.4	10.5	11.2	10.1	9.8	8.0	5.5	4.9	4.4	9.0
第4次(1962)	4.8	5.0	11.5	16.4	23.9	18.4	11.3	5.0	2.8	0.5	0.3	4.0	3.6
第5次(1967)	4.8	8.7	35.4	35.1	12.3	2.8	0.7	0.2	0	0	0	2.5	1.3
第6次(1972)	6.6	11.1	30.5	29.6	14.6	5.4	2.2	0	0	0	0	2.6	1.7
第7次(1977)	3.6	11.0	48.0	28.0	7.7	1.1	0.6	0	0	0	0	2.3	0.9
第8次(1982)	3.6	10.8	54.2	25.7	4.6	1.1	0.0	0	0	0	0	2.2	0.7
第9次(1987)	3.6	10.3	55.0	25.5	4.7	0.6	0.2	0	0	0	0	2.2	0.7

(注) 第1次・第2次は妻45歳以上の夫婦の調査時の分布, 第5次は結婚15~19年の夫婦の結婚15年目の分布, 他は妻45~49歳の夫婦の調査時の分布.

(資料) 人口問題研究所(青木尚夫・中野英子), 『第1~4次出産力調査結果の要約』, 研究資料第177号, 1967, p. 35; 小林和正, 「第5次出産力調査結果の分析(3)」, 『人口問題研究』, 第113号, 1970年, p. 36; 青木尚夫・池ノ上正子, 「昭和47年第6次出産力調査報告(その16)第3児出生の分析」, 『人口問題研究』, 第140号, 1976年, p. 1; 人口問題研究所, 『昭和52年第7次出産力調査の要点』, 研究資料第219号, 1978年, p. 12; 人口問題研究所, 『昭和57年第8次出産力調査(結婚と出産に関する全国調査)第I報告書 日本人の結婚と出産』, 実地調査報告資料, 1983年, p. 131; 人口問題研究所, 『昭和62年第9次出産力調査(結婚と出産に関する全国調査)第I報告書 日本人の結婚と出産』, 調査研究報告資料, 1988年, p. 173.

うか, 表6は第1~9次出産力調査(第3次を除く)の完結出生児数分布だが, わが国の出生力転換において分散は平均よりも急速に低下したことがわかる. 出生力転換以前は, 5児以上の多産の夫婦も多い一方, 無子や一人っ子も多く, 出生児数の分散は非常に大きかった. 転換後は2子への集中が著しく, 分散の急激な縮小が観察される.

出産力調査は有配偶女子を対象としているため, 全女子についての完結出生児数分布とは異なることが予想される. すなわち全女子では無子率ももっと高く, したがって平均はより小さく, 分散は大きくなると考えられる.

しかしこれまでに再生産を終えたコーホートの有配偶率の高さから, 表6の大勢を変えるほどの差が生じるとは考えにくい. したがって, 出産力調査の結果にもとづいて次のことがいえる. すなわち, 出生力転換以前の出生パターンでは姉妹数(きょうだい数)の期待値は娘数(子ども数)より大きく, 転換後の置換え水準またはそれ以下の出生力では娘数(子ども数)の期待値の方が大きくなると考えられる.

2. 出生順位別分布

増加率が影響する親族関係の例として, 任意の出生コーホートにおける出生順位別分布をとり上げよう. まずパリティ別生命表における年齢別・出生順位別出生数を $b_{x,i}$ とする.

$$b_{x,i} = l_{x,i-1} m_{x,i-1} \quad (4-1)$$

静止人口の場合, 任意の出生コーホートの出生順位別分布は, 次のようになる.

$$\int_a^\beta b_{x,i} dx \Big/ \int_a^\beta \sum_{i=1}^5 b_{x,i} dx \quad (4-2)$$

しかし安定人口の場合、どの出生コーホートをとっても分布が変わらないのは静止人口と同じだが、母コーホートの規模は時間とともに変化する。初期出生数を B とすると、年齢別・出生順位別出生数は $B e^{r(x-a)} b_{x,i}$ で表せるから、出生順位別分布は次のようになる。

$$\int_a^\beta e^{-rx} b_{x,i} dx / \int_a^\beta \sum_{i=1}^5 e^{-rx} b_{x,i} dx \quad (4-3)$$

表7は、静止人口と安定人口のそれぞれの場合についての、女子の出生順位別分布である。表4に示したように、安定人口増加率 $r = -0.00634$ で絶対値が小さいため、静止人口の場合とそれほど大きな差はないが、静止人口では第1子が相対的に多く、安定人口では第2子以降が多い。これは負の増加率をもつ安定人口では、年長のコーホートの方が出生時の規模が大きく、したがってパリティ過程がより進行した母親にウェイトがかかるためである。増加率が正であれば、逆に若い母親にウェイトがかかり、第1子の比重が増すことになるだろう。

表7 娘の出生順位（女兒内）別分布（%）

出生順位	1	2	3	4	5
静止人口	71.417	24.617	3.668	0.267	0.031
安定人口	71.173	24.784	3.735	0.276	0.032

このように、増加率と出生順位別分布の関係は単純ではない。人口増加率の低下は出生力の低下による可能性が高く、その場合、低い増加率は第1子をはじめ若い出生順位への集中を意味する。しかし一方では、増加率低下は若い母親の減少をもたらす、それが上に述べたメカニズムによって第3子、第4子といった高い出生順位へのシフトを生じる。このため人口増加率の変化がもたらす死亡率の変化によって引き起こされた場合、たとえば増加率低下期に第1子率が減少するといった奇妙な変化が、少なくとも理論的には生じ得る。

3. 死亡時のパリティ

以下しばらくは Krishnamoorthy の家族周期モデルについて検討する。ここで言う家族周期は、すべて母コーホートのライフコースに関する指標である。したがって娘から見た場合と異なり、増加率には影響されない。

前述のように、Krishnamoorthy の家族周期モデルは、年齢のみでパリティ構造をもたない Lotka モデル上にたてられている。つまり出生順位に関する情報が最初から欠けているため、パリティはポワソン分布で与える。Krishnamoorthy によると、死亡時のパリティ別分布は次式で求められる¹⁴⁾。

$$B_i = \frac{1}{i!} \int_0^\omega l_x \mu_x \lambda_x^i e^{-\lambda_x} dx$$

ただし $\lambda_x = \int_a^x m_x dx$

(4-4)

m_x が年齢別女兒出生率を表すとすると、 λ_x は GRR の途中経過になり、その年齢までに生んだ女兒数の平均を表す。これをパラメタとするポワソン分布によりパリティ別の比率を得、死亡年齢分布を重さとする加重平均をとれば (4-4) 式を得る。

一方、パリティ別生命表は、パリティに関する情報を最初から含んでいる。このため死亡時のパ

14) Krishnamoorthy, 1979 (脚注8), p.123.

ティは、次のようにして簡単に求められる。

$$B_i = \int_0^{\omega} l_{x,i} \mu_x dx \quad (4-5)$$

表8は両モデルでの計算結果を比較したものだが、Krishnamoorthy モデルについては2種類の結果を示した。ひとつはLotka モデルの m_x で計算した場合で、Krishnamoorthy が意図したのはこちらである。もうひとつは年齢=パリティ・モデルの m_x で計算したもので、(4-4)式と(4-5)式の差異を純粋な形で表す。

表8 死亡時のパリティ (女兒のみ) 別女子数

モデル	0	1	2	3	4	5
Krishnamoorthy (1)	44,604	35,741	14,662	4,013	824	156
Krishnamoorthy (2)	43,632	35,907	15,132	4,255	898	176
パリティ別生命表	40,402	39,055	17,482	2,838	197	26

Krishnamoorthy (1)は観測出生率を、(2)はパリティ別生命表のパリティ合計出生率を用いたもの。

いずれにせよ結果は表5の傾向をそのまま保存しており、ポワソン分布は分散を過大評価するため、無子や4子・5子が実際より多く推計される。既に述べたように、これは出生力転換後の低出生力の場合に生じる傾向で、転換以前の高出生力期にはKrishnamoorthy モデルでは分散の過小評価になるだろう。

4. 長子出生年齢

Krishnamoorthy モデルでは、 x で生存者の無子率は、ポワソン分布から $\exp(-\lambda_x)$ で得られる。したがって長子出生年齢の平均は、次のようにして求められる¹⁵⁾。

$$M_1 = \int_a^{\beta} x l_x m_x e^{-\lambda_x} dx / (l_0 - B_0) \quad (4-6)$$

パリティ別生命表の場合は、単に第1子出生年齢の平均である。

$$M_1 = \int_a^{\beta} x l_{x,0} m_{x,0} dx / (l_0 - B_0) \quad (4-7)$$

表9に結果を比較して示したが、パリティ別生命表による計算の方が0.5歳ほど長子出生年齢が高い。これは、Krishnamoorthy モデルでは表8に見るように第1子が過小評価されているため、高い年齢層で第1子の出生が実際より少なく、第2子以降の出生数が多くなるためである。

表9 平均長子出生年齢

モデル	M_1
Krishnamoorthy (1)	27.6
Krishnamoorthy (2)	27.5
パリティ別生命表	28.0

Krishnamoorthy (1)は観測出生率を、(2)はパリティ別生命表のパリティ合計出生率を用いたもの。

15) Krishnamoorthy, 1979 (脚注8), p.125.

5. 末子出生年齢

Krishnamoorthy は末子出生年齢の平均を求める際、まず年齢別に出生を行った女子の数を考え、その後それ以上出生を行わずに死亡する条件付確率を考え、それを積分するという方法をとっている¹⁶⁾。このやり方では積分の回数が多く、また各年齢から最大年齢 ω までの積分を含むため積分すべき範囲も広い。

$$M_L = \frac{\int_0^\omega x l_x m_x \int_0^{\omega-x} \frac{l_{x+y} \mu_{x+y}}{l_x} \exp\left(-\int_x^{x+y} m_t dt\right) dy dx}{\int_0^\omega l_x m_x \int_0^{\omega-x} \frac{l_{x+y} \mu_{x+y}}{l_x} \exp\left(-\int_x^{x+y} m_t dt\right) dy dx} \quad (4-8)$$

パリティ別生命表は、第1子出生年齢の自然な拡張である。まず、最終パリティ別に末子出生年齢を計算する。

$$M_{L,i} = \int_a^\omega l_{x,i} \mu_x \frac{\int_a^x t l_{t,i-1} m_{t,i-1} dt}{\int_a^x l_{t,i-1} m_{t,i-1} dt} dx, \quad i = 1, 5 \quad (4-9)$$

全体での末子出生年齢は、この加重平均をとればよい。

$$M_L = \sum_{i=1}^5 B_i M_{L,i} / (l_0 - B_0) \quad (4-10)$$

表10に結果を示した。Krishnamoorthy の(4-8)式の方法では、最終パリティごとに末子出生年齢を求めることは原理的にできない。パリティ別生命表にもとづく結果に比べて末子出生が約1年遅いが、表によれば、0子を除けば娘はひとりしか生まない女子が3分の2近くを占める。そのため全体での末子出生年齢は、長子出生年齢と0.6歳しか変わらない。

表10 平均末子出生年齢

モデル	M_L	$M_{L,1}$	$M_{L,2}$	$M_{L,3}$	$M_{L,4}$	$M_{L,5}$
Krishnamoorthy (1)	29.5					
Krishnamoorthy (2)	29.6					
パリティ別生命表	28.6	28.0 (0.65531)	29.6 (0.29333)	31.4 (0.04762)	33.6 (0.00331)	36.0 (0.00043)

Krishnamoorthy (1)は観測出生率を、(2)はパリティ別生命表のパリティ合計出生率を用いたもの。
()内は0子を除くパリティ別分布比率。

6. 親族の確定数

ここで親族の確定数というのは、その親族カテゴリーの母親が再生産年齢を終えて確定した平均出生数のことで、したがって本人の年齢やその親族の死亡によって影響を受けない。安定人口下では娘数と姉妹数の期待値から他の親族の確定数が得られることは、Goodman らによって既に指摘されているが¹⁷⁾、一般式については Pullum の整理に従うのが便利である。

16) Krishnamoorthy, 1979 (脚注8), p.123.

17) Goodman et al., 1974 (脚注5), p.20.

図1は Pullum の模式図¹⁸⁾で、親族カテゴリー $[i, j]$ は、 i のみ 0 であれば直系尊属、 j のみ 0 なら直系卑属である。ともに 0 でなければ $[i, j]$ は傍系の親族で、本人より j 世代上の尊属の i 世代下の子孫を表す。

単性女子のモデルで、娘数の平均を N 、姉妹数の平均を S とすると、 $[i, j]$ の親族数は、

$$E(N_{ij}) = \begin{cases} 1 & \text{直系尊属}(i=0) \\ N^i & \text{直系卑属}(j=0) \\ N^{i-1}S & \text{傍系親族(その他)} \end{cases} \quad (4-11)$$

これを両性に拡張するための乗数は、次のようになる。

$$k_{ij} = \begin{cases} 2^j & \text{直系尊属}(i=0) \\ 2^i & \text{直系卑属}(j=0) \\ 2^{i+j-1} & \text{傍系親族(その他)} \end{cases} \quad (4-12)$$

表11 50歳時のパリティによる親族カテゴリー別確定数の期待値

単性 (女子)		両性	
娘	0.84439	子	1.68877
姉 妹	0.65799	キョウダイ	1.31599
オ バ	0.65799	オジ・オバ	2.63197
孫 娘	0.71299	孫	2.85196
メ イ	0.55560	オイ・メイ	2.22241
イトコ(女)	0.55560	イトコ	4.44481

表11は、表5で求めた50歳時パリティによる N および S を用いて計算した結果である。この表の娘数は NRR を表し、これが1未満であることから縮小再生産であることが明らかである。ただし置換え水準と比べての差異は、親族カテゴリーごとに異なり、一般に血縁の遠い親族ほど差が大きくなる。たとえば両性で考えて、置換え水準での子ども数の期待値は2人、孫数は4人だから、表の結果との乖離は孫数ではないぶん大きくなる。また全く仮に子ども数の分散を1とすれば、キョウダイ、オジ・オバ、イトコの期待数はそれぞれ1.5人、3人、6人となり、イトコではこの期待値を大幅に下回っている。もちろんこれは、遠い親族ほど出生力の差が蓄積されるため、たとえば子ども数の0.1人の差がイトコ数では0.8 S 人の差に拡大する。

Lotka モデルに依拠した場合、 S は N に等しいか極めて近い値になる。既に述べたように、これは高出生力下では過大評価、低出生力下では過小評価となる。したがって出生力転換後の人口に対して Lotka モデルで計算した場合、(4-11) 式から予想されるように、傍系親族数を過大評価することになる。

V 結語

本稿では、Lotka モデルに依拠した従来の親族モデルを検討し、最大の難点がパリティ構造の欠如であることを示した。そしてパリティ構造を加えた人口モデルを構成し、最近のわが国のデータによって具体的な数値を得た。この年齢=パリティ・モデルの上に親族モデルを展開し、結果を従来のモデ

18) Pullum, Thomas W., "The eventual frequencies of kin in a stable population", *Demography*, Vol.19, No.4, 1982, p.551.

ルと比較した。

Goodman や Krishnamoorthy のモデルでは、準拠している Lotka モデルにパリティ構造がないため、出生数の分散が平均に一致すると仮定せざるを得ない。これはポワソン分布の特徴である。しかし第9次出産力調査(1987年)にもとづく年齢=パリティ・モデルからは、分散は平均より小さいという結果が得られた。具体的には、ポワソン分布に比べて無子率が小さく、第1子により集中した分布になっていた。

ポワソン分布が実際の出生数分布にフィットしない場合、Lotka モデルに依拠することによる誤差は多方面にわたる。まず分散が平均に等しいと仮定することにより、姉妹数(きょうだい数)が過大評価される。第1子率が実際より低く見積もられるため、長子出生年齢は実際より若くなる。分散の過大評価により、末子出生年齢の方は実際よりも高く計算される。そして姉妹数の過大評価は、様々な傍系親族数の過大評価につながる。

さらに出産力調査の結果から、平均と分散の関係は出生力水準により異なることが分かった。すなわち、少なくともわが国に関する限り、出生力転換以前は分散は平均より大きかったと考えられる。したがって転換以前の人口については、上で述べた関係が逆転することが予想される。

ポワソン分布の誤差以外の問題では、人口増加率と出生順位別分布の関係が、静止人口と安定人口の比較から明らかになった。すなわち負の内的増加率は、年少の母親コーホートの減少を通じて、より高い出生順位へのシフトを生じる。このため増加率低下が第1子率の減少を伴うという、一見常識に反する現象が生じ得る。

親族カテゴリー別の期待度数を考えると、まず直系尊属の数は固定しており、直系卑属はそれより自由度が大きいものの、人口増加率との関係は単純である。単性モデルでは、娘数の期待値(NRR)が1のとき人口は静止しており、すべての直系卑属の期待度数が1となる。両性の静止人口では、子が2、孫が4、曾孫が8と、2倍ずつ増えていく。

しかし傍系親族の期待度数と増加率の関係は、これほど単純ではない。それは出生数の分散が関わって来るためで、静止時の姉妹数(きょうだい数)でさえ明確に定まらない。NRR=1のとき、分散が仮に0.5と1の間を動き得るとすると、単性女子の静止人口における姉妹数も0.5から1までの幅をもつことになる。したがって両性の平均きょうだい数も、1~2人の間であれば静止人口の可能性がある。このように、傍系親族の期待度数と人口増加率の関係は、きわめて緩いものである。

以上のような人口変数と家族構造の理論的關係は、解析的モデルによって最も効果的に探究される。家族の形式人口学が、体系的に研究されるようになったのは比較的最近のことで、理論的に検討し具体的な数値によって評価すべき論点は、数多く残されていると言える。本稿で扱った親族数分布以外にも、婚姻あるいは世帯といった近接領域も含めて、家族・親族の人口学理論の一層の体系化がはかれるべきだろう。

An Analytical Model of Kin Frequencies Based on the Age-Parity Structure of Population

Toru SUZUKI

After a mathematical inspection of demographic models of kin frequencies, this article shows that lack of parity structure is the most problematic weakness of existing models. Since Lotka's age-structured population model ignores birth order, kin counts based on Lotka model inevitably assume Poisson distribution for parity. This assumption causes some discrepancies in kin models.

Effort is made to develop kin frequency model on age-parity-structured population model. Fertility rate by birth order is obtained from 1987 Japan National Fertility Survey, and female life table with parity structure is constructed. Intrinsic growth rate is calculated to get stable population model with parity. Expressions to attain various kin counts and family life cycle are developed and results are compared with those derived from Lotka model.

Based on age-parity life table, parity distribution at the end of reproductive ages shows smaller value of variance than mean. This means that, unlikely the existing models predict, expected number of sisters is smaller than that of daughters when fertility is at or below replacement level. In the population before fertility transition, this relationship would reverse.

Comparison between stationary and stable population shows that relative number of first child falls when population has negative growth rate. Reduction in size of mothers' cohort causes this relationship.

Correct number of sisters or sibling is essential since it determines eventual number of various kin categories. Presumption of Poisson distribution would overestimate the number of indirect kin in population after fertility transition. It is inferred that fertility change results in greater change of the number of distant kin than close kin. Numerical output supports this inference.