投稿(論文)

年金，早期退職，貯蓄

前　多　康　男
桃　田　　　朗

I　はじめに

公的年金が人々の経済行動に及ぼす影響については，様々な分析がなされている。公的年金が拡充していくと，マクロ経済に色々な影響を及ぼすことが考えられるが，特に公的年金が人々の退職行動に及ぼす影響と公的年金が人々の貯蓄行動に及ぼす影響については，実証的な分析の蓄積が進んでおり，公的年金の拡充が人々の早期退職を促し，そのことが財政的な問題を引き起こしているという指摘や，公的年金の拡充が民間貯蓄を減少させているという指摘がなされている。

公的年金が退職行動に与える影響を考察したものに，Boskin (1977)，Bazzoli (1985)，Quinn (1977) などがある。これらは実証的な立場から公的年金による早期退職の発生を支持している。理論的な見地からこの問題を扱ったものとしては，Hu (1979) を挙げることができる。彼は，公的年金と退職行動を関係付けるものとして，労働供給の弾力性が重要な要素であるとしている。また，公的年金が貯蓄に与える影響に関する議論は，どのような環境を想定するかによって様々な結果が存在している。Barro (1974) のように遺産動機が利いているときには，貯蓄への影響は発生しない。一方，Feldstein (1974) は，公的年金の拡充によって，民間投資資金が公的年金に代替される効果と，退職時期が早まることで退職後の資金が増加することによる貯蓄増加の効果の関係によって，経済の貯蓄額が決定されるとする。なお，Feldstein は，実証的に民間投資資金が公的年金に代替される効果の方が大きいと結論付けている。したがって，公的年金の拡充で経済の貯蓄額は減少することになる[1)]。

本論文では，世代重複モデルを用いて一般均衡モデルを構築し，公的年金が拡充していったときに，人々の退職行動がどのように変化するか，また経済全体での貯蓄がどのように変化するかを理論的に厳密に考察する。この研究は上に挙げたいくつかの先行研究を補完するものである。Hu (1979) は理論的に退職行動の分析を行っているが，そこでの結果は，公的年金の拡充によって経済の資本量が変化し，そのことが，利子率や賃金に複雑に影響を与え，結論として公的年金の拡充が，退職行動を抑制する可能性を示唆している。しかし，モデルが複雑なためそのメカニズムの解釈が困難になっている。われわれのモデルでは，単純な設定で同様の結果を導出しており，メカニズムの解釈を明瞭に行うことができる利点がある[2)]。また，同時に，経済の貯蓄額への影響も分析しており，公的年金の拡充が総貯蓄額を増加させる場合もあることが示されている。

Quinn (1977)，Bazzoli (1985) では，退職行動を考えるときに，健康状態についての考察も重要であることが指摘されている。このような研究結果を踏まえて，本論文では健康状態をモデルに明示的に取り入れて分析を行っている。公的年金としては，賦課方式の年金を考え，退職することによって年金が支給されるものと設定した。

本論文で得られた結果は以下のように要約できる。第一に，公的年金の拡充が必ずしも退職行動を促すことにはならないことが分かった。公的年

金の支給額の保険料に対する比率を年金の収益率と定義すると，この公的年金の収益率が貯蓄の利子率に比べて十分に小さいときには，年金の拡充が退職行動を抑制する可能性があることが示される。第二に，貯蓄については，公的年金の拡充が老年世代の早期退職を促す時には，総貯蓄額を増加させる場合もあることが分かった。

賦課方式の公的年金の収益率は，各個人が支払った保険料総額と受け取る年金額の比率で計算できるが，この率は賦課方式の場合では，年金の保険料を払っている人の数と年金を受け取っている人の数の比率に関連づけることができる。年金の保険料を払っている人の数が年金を受け取っている人の数に比べて多ければ，公的年金の収益率は大きくなる。また，逆に，年金の保険料を払っている人の数が年金を受け取っている人の数に比べて少なければ，公的年金の収益率は小さくなる。このモデルでは，私的な貯蓄の収益率は外生的に与えている。したがって，公的年金が拡充していったときに，早期退職が起こるかどうか，また，経済全体の貯蓄額が減るのかどうかは，公的年金の収益率がどのような水準にあるか，またはどのように変化するかが重要な要因になるが，全体の人口が固定されているので，老人の中で退職している人と働いている人の割合が，公的年金の収益率を決定することになり，その割合が，マクロ経済に影響を与えることになる。

II モデル

1 基本モデル

各期に $[0, 1]$ の連続体で個人が生まれ2期間生きる世代重複モデルを考える。各個人は若年期は全員が健康であるが，老年期では，さまざまな健康状態になるものとする。老年期の健康状態を $h\,(0 \leq h \leq 1)$ で表現する。この h は各期に生まれる個人に対して一様に分布するものとし，h の値が大きい人ほど健康であるとする。つまり，$h=0$ である個人が世代の中で最も不健康であり，$h=1$ である個人が世代の中で最も健康的であることになる。各個人はこの h の値以外は同質的であるとする。また，このモデルでは，老年期の健康状態は若年期に分かっており，健康状態に関する不確実性は存在しない。財は1種類存在し，この財の消費から効用を得るが，若年期から老年期に財の貯蓄を行うことができる。この貯蔵技術の収益率を $1+r$ で一定とする。若年期には全員が非弾力的に労働を提供し w_1 の賃金を得る。老年期には，働き続けるか退職するかを選択することができ，働き続けた場合は w_2 の賃金を得るが，退職した場合には賃金の代わりに年金を受け取ることになる。年金制度は賦課方式とし，若者から a 単位の財を保険料として一括で徴収し，退職している老人に b 単位の財を一括で支給するものとする。年金保険料 a の値で年金の拡充度を表すことにし，この年金の拡充度が変化したときに，経済にどのような変化が生じるかを調べることになる。後で，a の値と b の値が均衡で正の相関関係にあることが示されるので，年金保険料で年金の拡充度を表すことは妥当であることが分かる。

若年期の消費を c_1，老年期の消費を c_2，老年期の余暇を l とした場合の，健康水準が h の個人の効用水準を，

$$u(c_1)+\beta u(c_2)+v(l,h)$$

で表すものとする。関数 $u:\Re_+\to\Re$ は2回微分可能とし，$u'>0$，$u''<0$，$\lim_{c\to 0} u'(c)=\infty$，$\lim_{c\to\infty} u'(c)=0$ を仮定する。関数 v の1番目の変数は $\{0,1\}$ の値しか取らないのであるが[3]，便宜上，$[0,1]$ 上で定義されているものとする。つまり，関数 v は $v:[0,1]^2\to\Re$ とし連続微分可能とする。すべての $h\in[0,1]$，$l\in[0,1]$ に対して v_l および v_h は正値であることを仮定する。また，余暇の増加から得られる限界効用が，健康状態が悪い人の方が大きいことを仮定する。つまり，$v_{lh}<0$ を仮定する。これは，健康状態の悪いときに余暇の欲求が増加することを考えれば，妥当な仮定であるといえる[4]。

2 各タイプの個人の最適化問題

老年期に働くことを選択した個人をタイプ0の個人，退職することを選択した個人をタイプ1の

個人と呼ぶことにする。各個人が結果的にタイプ0の個人になるかタイプ1の個人になるかは，各個人の健康状態と公的年金の拡充度に依存することになる。各個人がタイプ0の個人になるかタイプ1の個人になるかに関する選択の問題は後回しにして，各タイプの個人の消費量や貯蓄量を決定する問題をまず考えることにする。

働くことを選択した個人（タイプ0の個人）が考慮した最大化問題は，

$$\max\ u(c_1^0)+\beta u(c_2^0)+v(0,h)$$

subject to

$$c_1^0=w_1-a-x^0, \tag{2.1}$$

$$c_2^0=w_2+(1+r)x^0, \tag{2.2}$$

$$c_1^0\geq 0,\quad c_2^0\geq 0,\quad x^0\geq 0$$

と定式化できる。ここで，c_1^0 はタイプ0の個人の若年期の消費，c_2^0 はタイプ0の個人の老年期の消費，x^0 はタイプ0の個人の貯蓄である。退職することを選択した個人（タイプ1の個人）が考慮した最大化問題は，

$$\max\ u(c_1^1)+\beta u(c_2^1)+v(1,h)$$

subject to

$$c_1^1=w_1-a-x^1, \tag{2.3}$$

$$c_2^1=b+(1+r)x^1, \tag{2.4}$$

$$c_1^1\geq 0,\quad c_2^1\geq 0,\quad x^1\geq 0$$

と定式化できる。ここで，c_1^1 はタイプ1の個人の若年期の消費，c_2^1 はタイプ1の個人の老年期の消費，x^1 はタイプ1の個人の貯蓄である。

図1に各タイプの個人の最適化問題を図示してある。この図は，若年期と老年期の消費から得られる効用に関して描いている。各タイプは老年期の労働に関しては選択してしまっていると考えるので，余暇から得られる効用はすでに決定されている。働くことを選択した個人（タイプ0の個人）の若年期の所得は賃金から年金保険料を差し引いて w_1-a となり，老年期の所得は賃金の w_2 となる。したがって，タイプ0の個人の予算線は，(w_1-a, w_2) を通って傾き $-(1+r)$ で描かれる。この予算線と若年期と老年期の消費に関する無差別曲線が接する点 (c_1^0, c_2^0) が，タイプ0の個人が選択する消費であり，同時に貯蓄量の x^0 も決定される。タイプ1の個人は老年期に退職することを選択したので，老年期の所得は年金支給額の b になる。したがって，タイプ1の個人の予算線は，(w_1-a, b) を通って傾き $-(1+r)$ で描かれる。タイプ0の個人の場合と同様にこの予算線と若年期と老年期の消費に関する無差別曲線が接する点 (c_1^1, c_2^1) が，タイプ1の個人が選択する消費であり，同時に貯蓄量の x^1 も決定される。

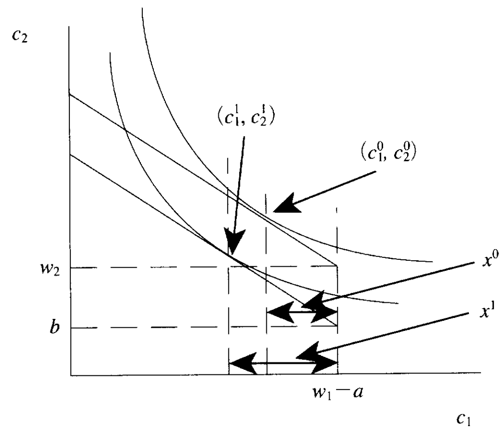

図1 各タイプの個人の最適化問題

余暇から得られる効用は，退職している場合の方が大きいので，$w_2\leq b$ が成立している場合は全員が退職することになり，問題自体が自明になってしまう。したがって，以下の分析では，$w_2>b$ が成立している場合に議論を限定する。また，効用関数が分離型であるので，若年期の消費と老年期の消費が正常財となり，$w_2>b$ から $x^1\geq x^0$ が言える。

タイプ0の個人の最大化問題の1階の条件は，(2.1) 式，(2.2) 式と

$$u'(c_1^0)\geq(1+r)\beta u'(c_2^0) \tag{2.5}$$

（$x^0>0$ のときは等式で成立する）

となる。任意の $0\leq a<w_1$ を満たす a の値について上の条件を満たす解は一意に存在するので，この解を $\{c_1^0(a), c_2^0(a), x^0(a)\}\in\Re_{++}^2\times\Re_+$ と置くことにする。また，

$$\frac{u'(w_1)}{u'(w_2)}<\beta(1+r) \tag{2.6}$$

が成立するときには

$$\frac{u'(w_1-\bar{a})}{u'(w_2)}=\beta(1+r)$$

を満たす $\bar{a}$ が $0\leq\bar{a}<w_1$ の範囲に一意に存在する。$[0, \bar{a})$ の範囲の a については内点解の $x^0(a)>0$ が，$[\bar{a}, w_1)$ の範囲の a についてはコーナー解の $x^0(a)=0$ が成立することになる。つまり，年金保険料 a が $\bar{a}$ より小さいときは，タイプ0の個人は正の貯蓄を行い，年金保険料 a が $\bar{a}$ より大きいときは，タイプ0の個人は貯蓄を行わない。また，(2.6) 式が成立しないときには，任意の $0\leq a<w_1$ について $x^0(a)=0$，つまりタイプ0の個人はどのような年金保険料であっても貯蓄を行わない。利子率が低すぎる場合や老年期の賃金が若年期の賃金より相対的に高い場合には，貯蓄の誘因が働かないことになり，(2.6) 式が成立しないときがあるが，以下は (2.6) が成立しているものとする。図2では，横軸に年金保険料の a，縦軸に年金支給額の b を取ってあり，(2.6) が成立する場合に貯蓄が厳密に正になる領域を斜線で示している。横軸の $\bar{a}$ から垂直な線の左側 ($a=\bar{a}$ の線上を含まない，$a=0$ の線上は含む) では，貯蓄が厳密に正になる。

タイプ1の個人の最大化問題の1階の条件は，(2.3) 式，(2.4) 式と

$$u'(c_1^1)\geq(1+r)\beta u'(c_2^1) \qquad (2.7)$$

($x^1>0$ のときは等式で成立する)

となる。任意の $0\leq a<w_1$ および $0\leq b$ を満たす a と b の値について上の条件を満たす解は一意に存在するので，この解を $\{c_1^1(a, b), c_2^1(a, b), x^1(a, b)\}\in\Re^2_{++}\times\Re_+$ と置く。任意の $0\leq a<w_1$ について，

$$\frac{u'(w_1-a)}{u'(b)}=\beta(1+r)$$

をみたす b の値は存在するので，この値を $\bar{b}(a)$ と書くことにする。この場合，a^* を $0\leq a^*<w_1$ の範囲で任意に選ぶと，$a^*\leq a<w_1$ と $b\geq\bar{b}(a^*)$ である a と b についてはコーナー解の $x^1(a, b)=0$ が，$0\leq a<a^*$ と $0\leq b<\bar{b}(a^*)$ である a と b については内点解の $x^1(a, b)>0$ が成立することになる。また，$\bar{b}(a)$ は厳密に減少的で，

$$\lim_{a\to w_1}\bar{b}(a)=0$$

が成立する。w_1 が増加すると，貯蓄の誘因が増加し，$\bar{b}(a)$ は上方へシフトする。その結果，貯蓄が正になる領域が広くなる。図3には，タイプ1の個人の貯蓄が厳密に正になる領域が斜線で示されている。

以上を以下の命題にまとめることができる。

命題2.1　$0\leq a<w_1$ を満たす年金保険料 a について，タイプ0の個人の最適消費 $\{c_1^0(a), c_2^0(a)\}\in\Re^2_{++}$ と最適貯蓄 $x^0(a)\in\Re_+$ が一意に存在する。

命題2.2　$0\leq a<w_1$ を満たす年金保険料 a と $0\leq b$ を満たす年金支給額 b について，タイプ1の個人の最適消費 $\{c_1^1(a, b), c_2^1(a, b)\}\in\Re^2_{++}$ と最適貯蓄 $x^1(a, b)\in\Re_+$ が一意に存在する。

命題2.3　$0\leq a<w_1$，$0\leq b$ を満たす (a, b) に

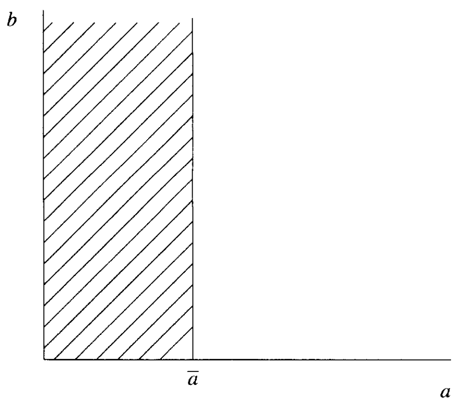

図2　タイプ0の個人が正の貯蓄を行う領域

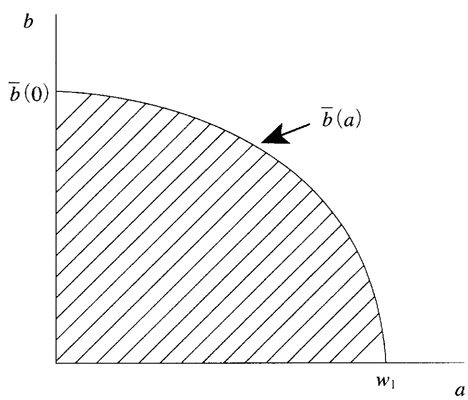

図3　タイプ1の個人が正の貯蓄を行う領域

ついて，$w_2>b$ のときに $x^1(a,b)\geq x^0(a)$ となる。

命題 2.4

$$\frac{u'(w_1)}{u'(w_2)}<\beta(1+r)$$

が成立するときには，以下を満たす $\bar{a}$ が $0\leq\bar{a}<w_1$ の範囲に一意に存在する。

$[0,\bar{a})$ の範囲の a については内点解の $x^0(a)>0$ が，$[\bar{a},w_1)$ の範囲の a についてはコーナー解の $x^0(a)=0$ が成立する。

命題 2.5 以下を満たす関数 $\bar{b}:[0,w_1)\to\Re_+$ が存在する。

(1) a^* を $0\leq a^*<w_1$ の範囲で任意に選ぶと，$a^*\leq a<w_1$ と $\bar{b}(a^*)\leq b$ である a と b についてはコーナー解の $x^1(a,b)=0$ が，$0\leq a<a^*$ と $0\leq b<\bar{b}(a^*)$ である a と b については内点解の $x^1(a,b)>0$ が成立する。

(2) $\bar{b}(a)$ は厳密に減少的で，

$$\lim_{a\to w_1}\bar{b}(a)=0$$

が成立する。

3 競争均衡

前節では，各個人が老年期に働くか退職するかの選択（タイプ 0 の個人になるかタイプ 1 の個人になるかの選択）の問題は考えなかった。この節では，タイプに関する選択の問題を考え，競争均衡を求める。

まず，関数 $g:[0,1]\to\Re$ を

$$g(h)\equiv v(1,h)-v(0,h)$$

で定義する。v に関する仮定から，g は微分可能であり，$g(h)>0$ と $g'(h)<0$ となる。この関数は健康状態が h の個人が退職したときの余暇水準 $(l=1)$ から得られる効用と働いたときの余暇水準 $(l=0)$ から得られる効用の差を示している。

年金保険料 a と年金支給額 b の組み合わせ (a,b) で年金政策を定義することにする。年金政策 (a,b) を所与とした場合の，タイプ 0 の個人（働いている個人）が消費から得られる効用水準を $U^0(a)$ とする。つまり，

$$U^0(a)\equiv u(c_1^0(a))+\beta u(c_2^0(a))$$

と置く。また，タイプ 1 の個人（退職している個人）が消費から得られる効用水準を $U^1(a,b)$ とする。つまり，

$$U^1(a,b)\equiv u(c_1^1(a,b))+\beta u(c_2^1(a,b))$$

と置く。年金政策 (a,b) のもとでは，健康水準が h の個人は，$U^0(a)-U^1(a,b)<g(h)$ が成立するときに退職し，$U^0(a)-U^1(a,b)>g(h)$ が成立するときに働き続けることになる。また，$U^0(a)-U^1(a,b)=g(h)$ である場合には，働くことと退職することが無差別になる。

ある年金政策 (a,b) のもとで，

$$U^0(a)-U^1(a,b)=g(h^*)$$

を満たす h^* が $0<h^*<1$ の範囲に存在するとする。健康水準が h^* である個人は，働くことと退職することが無差別であることになる。関数 g は厳密に減少的であるので，健康水準が h^* より小さい人は退職することを選択し，健康水準が h^* より大きい人は働くことを選択することになる。したがって，（h は一様に分布しているので）h^* は，年金政策 (a,b) のもとで経済で退職している人の数（老人の中で退職している人の割合）も示していることになる。$U^0(a)-U^1(a,b)\geq g(0)$ であるときは，老人の全員が働いていることになり，$U^0(a)-U^1(a,b)\leq g(1)$ であるときは，老人の全員が退職していることになる。図 4 に年金政策 (a,b) のもとでの退職者の決まり方を図示してある。$U^0(a)-U^1(a,b)\geq g(0)$ である場合をケース 1，$g(0)<U^0(a)-U^1(a,b)<g(1)$ である場合をケース 2，$U^0(a)-U^1(a,b)\leq g(1)$ である場合をケース 3 としている。議論の単純化のため，ケース 2 の場合しか起こらない経済に分析を限定する。このような状況は，経済で最も健康状態の悪い個人が働く場合に余暇関数から得られる効用が $-\infty$ であり，経済で最も健康状態の良い個人（$h=1$ の個人）が働いている場合も退職している場合も無差別であることを仮定することにより発生する。この場合，図 4 に描かれている $g(h)$ が，$h=0$ の近傍で無限大に発散し，$h=1$ において横軸に接することになる。したがって，どのような年金政策 (a,b) のもとでも（$w_2>b$ である限り），経済に存在している老人のある部分は働いており，またある部分は退職していることに

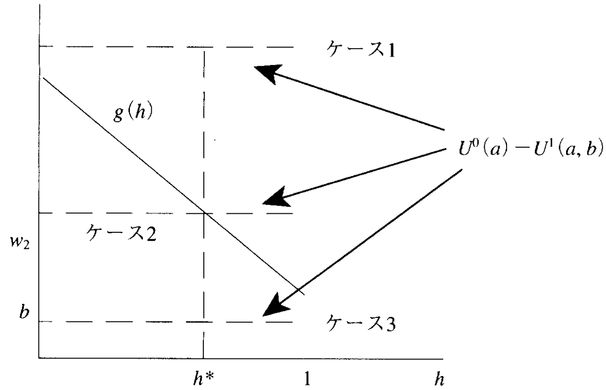

図 4 年金政策 (a, b) のもとでの退職行動

なる。つまり，すべての老人が働いていたり，また逆にすべての老人が退職していたりする状態は起こらないことになる。

年金政策 (a, b) が実行可能であるためには政府の予算制約を満たす必要がある。h を年金政策 (a, b) のもとで退職している人の数とすると，政府の予算制約を満たすために，

$$a = bh$$

が成立する必要がある。

年金保険料 a を変化させたときに，政府の予算制約を満たす年金制度のもとで，経済で退職している人の数を表す関数を $h:[0, w_1) \to (0, 1)$ とする。まず，年金制度が導入されていない場合，つまり $a=0$ である場合を考える。(この場合は $b=0$ でもある。)

$$f_0(h) \equiv U^0(0) - U^1(0, 0)$$

で関数 $f_0(h)$ を定義すると，$f_0(h)$ は定値であり $f_0(h) > 0$ を満たす。したがって，年金保険料 a が 0 であるときの退職者の数 $h(0)$ が $0 < h(0) < 1$ の範囲で一意に決まることが分かる。

次に，$a > 0$ の場合を考える。$0 < a < w_1$ を満たす a の各値について関数 $f_a:(0, 1] \to \Re$ を

$$f_a(h) \equiv U^0(a) - U^1(a, a/h)$$

で定義する。

$$f_a' = (a/h^2)\, U_2^1 > 0$$

であるので f_a は厳密に増加的である。(ここで U_2^1 は U^1 を第 2 変数で偏微分したもの。) また，

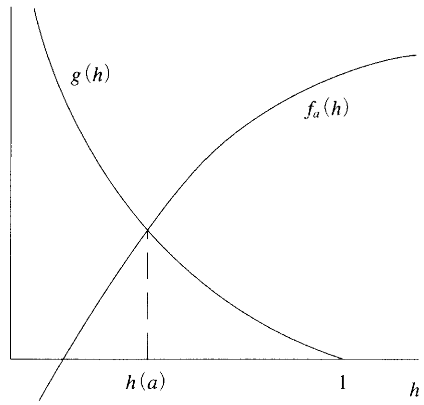

図 5 年金保険料が a のときの退職行動

$$\lim_{h \to 0} f_a(h) = -\infty$$

であることも分かる。退職することと働くことが無差別になる健康水準が，

$$f_a(h(a)) = g(h(a))$$

を満たす $h(a)$ の値として内点 $(0 < h(a) < 1)$ で一意に決定できる。(図 5 参照。)

ここで，年金保険料 a を 0 へ単調に変化させていったときに，関数 f_a の位置がどのように変化するかを考える。任意に h を $0 < h \leq 1$ の範囲から選び固定する。f_a の定義を再掲すると，

$$f_a(h) = U^0(a) - U^1(a, a/h)$$

であるが，まず，f_a は，$0 < h \leq 1$ の全域で f_0 に各点収束することがわかる。また，f_a は a が変化していくと，連続的に変化することから，$h(a)$

は $[0, w_1)$ 上で連続であることが分かる。

年金保険料が a のときに政府の予算制約をみたす年金支給額を $b(a)$ で表すとすると，$b(a)$ は，

$$b(a) \equiv \frac{a}{h(a)}$$

で定義される。この $b(a)$ は $[0, w_1)$ 上で連続であり，$0<h(a)<1$ であるので，$b(a)$ の定義から $b(0)=0$ となる。また，後に $b(a)$ は厳密に増加的であることが示されるので，図6に図示してあるように $\bar{b}(a)$ と $b(a)$ の交点 $\hat{a}$ が一意に定まることになる。したがって，$0 \leq a < \min\{\bar{a}, \hat{a}\}$ の範囲に保険料があるときにはタイプ0の個人の貯蓄量もタイプ1の個人の貯蓄量も厳密に正になる。

また，$b<w_2$ が分析の前提となっているが，$b(a^+)=w_2$ を満たす a^+ を用いて，$0 \leq a < a^+$ の範囲の a について $b(a)<w_2$ となることが分かる。以下は，議論の単純化のため，$0 \leq a < \min\{\bar{a}, \hat{a}, a^+\}$ の範囲に保険料があるときに分析を限定することにする。図7は，図6の上に，図2に示されている $\bar{a}$，そして今求めた a^+ を図示することで作成された図である。この図では，$\min\{\bar{a}, \hat{a}, a^+\}=a^+$ となっており，考慮する年金政策の範囲は図上では太い線で描かれている。

以上を以下の命題にまとめることができる。

命題2.6 $0 \leq a < w_1$ を満たす年金保険料 a に対する均衡における退職者の数，および年金支給額を表す関数 $h:[0, w_1) \to (0,1)$ と $b:[0, w_1) \to \Re_+$ が存在し，それぞれ連続になる。

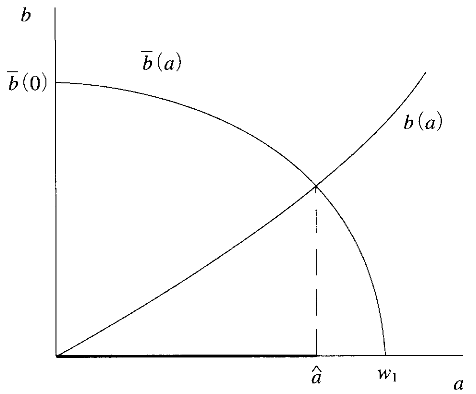

図6 タイプ1の個人が正の貯蓄を行う保険料の領域

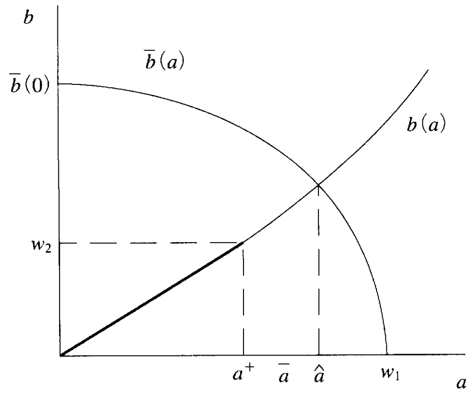

図7 考慮する年金政策 (a, b) の範囲

4 年金政策の各タイプの個人の消費・貯蓄に対する影響

ここでは，年金政策が各タイプの個人の消費・貯蓄に与える影響について調べることにする。

タイプ0の個人については，

$$\frac{dc_1^0}{da} = \frac{1}{H^0}[-\beta(1+r)^2 u''(c_2^0)] < 0$$

$$\frac{dc_2^0}{da} = \frac{1}{H^0}[-(1+r)u''(c_1^0)] < 0$$

$$\frac{dx^0}{da} = -\frac{1}{H^0}u''(c_1^0) < 0$$

となる。ここで

$$H^0 = u''(c_1^0) + \beta(1+r)^2 u''(c_2^0) < 0$$

である。

タイプ1の個人については，

$$\frac{dc_1^1}{da} = \frac{1}{H^1}\left[\beta(1+r)u''(c_2^1)\left[\frac{db}{da} - (1+r)\right]\right]$$

$$\frac{dc_2^1}{da} = \frac{1}{H^1}\left[u''(c_1^1)\left[\frac{db}{da} - (1+r)\right]\right]$$

$$\frac{dx^1}{da} = -\frac{1}{H^1}\left[u''(c_1^1) + \beta(1+r)u''(c_2^1)\frac{db}{da}\right] < 0$$

となる。（ここでは，（後に示される）$\frac{db}{da}>0$ の関係を用いている。）ここで

$$H^1 = u''(c_1^1) + \beta(1+r)^2 u''(c_2^1) < 0$$

である。

したがって，公的年金が充実していった場合に，

タイプ0の個人の消費量は（タイプ0であり続けた場合には），若年期の消費と老年期の消費が共に減少する結果，効用水準が低下し，また貯蓄量も減少することが分かる。特に，$-1<\frac{dx^0}{da}<0$となることも分かる。つまり，タイプ0の個人の貯蓄は，年金保険料が増加すると減少するが，年金保険料の増加分よりはその減少分は小さいことになる。タイプ1の個人の消費量は（タイプ1であり続けた場合には），増加するか減少するかは不明である。貯蓄量については減少することが分かる。$\frac{db}{da}>1+r$が成立しているときには，若年期の消費と老年期の消費が共に増加し効用が増加すること，$\frac{db}{da}<1+r$が成立しているときには，若年期の消費と老年期の消費が共に減少し効用が減少すること，$\frac{db}{da}=1+r$が成立しているときには，若年期の消費と老年期の消費に変化がなく効用も変化しないことが分かる。$\frac{db}{da}$は年金保険料の限界的な増加に対する年金支給額の限界的な増加の比率であるから，年金の限界的な収益率と解釈できるものである。また，$1+r$は社会に存在する実物投資の収益率である。つまり$\frac{db}{da}>1+r$が成立しているときには，公的年金の拡充によって私的な貯蓄を公的年金に振り替えることになり，結果的に資源配分の効率が上がり，消費量が増加し効用も増加することになる。逆に$\frac{db}{da}<1+r$が成立しているときには，公的年金の収益率より私的な貯蓄の年金の収益率のほうが高い状態であるので，年金の拡充によって資源配分の効率が下がり，消費量が減少し効用も減少することになる。

以上を以下の命題にまとめることができる。

命題2.7　タイプ0の個人の最適消費$\{c_1^0(a), c_2^0(a)\}$は，年金が充実すると共に減少する。また，最適貯蓄$x^0(a)$も減少する。

命題2.8　タイプ1の個人の最適消費$\{c_1^1(a, b(a)), c_2^1(a, b(a))\}$は，年金が充実すると，$\frac{db}{da}>1+r$の場合は共に増加し，$\frac{db}{da}<1+r$の場合は共に減少する。$\frac{db}{da}=1+r$の場合は変化しない。また，最適貯蓄$x^1(a, b)$は，年金が充実すると減少する。

III　年金政策の影響

1　年金政策と退職行動

この節では，年金政策が変化したときに，人々の退職行動がどのように変化し，その結果，経済の退職者数がどのように変化するかについて分析する。

$f_a(h)$の定義を再掲すると，

$$\begin{aligned} f_a(h) &= U^0(a) - U^1(a, a/h) \\ &= u(c_1^0(a)) + \beta u(c_2^0(a)) \\ &\quad - u(c_1^1(a, a/h)) - \beta u(c_2^1(a, a/h)) \end{aligned}$$

である。$U^0(a)$はaについて減少的で，$U^1(a, a/h)$は$\frac{db}{da}>1+r$のときにaについて（厳密に）増加的になることは前節で調べた。したがって，$\frac{db}{da}>1+r$のときに$f_a(h)$は，年金保険料aを増加させていったときに，単調に下方へシフトする。（図8参照。）つまり，各hの値について$f_a(h)$の値が減少することになる。あるhを固定して考

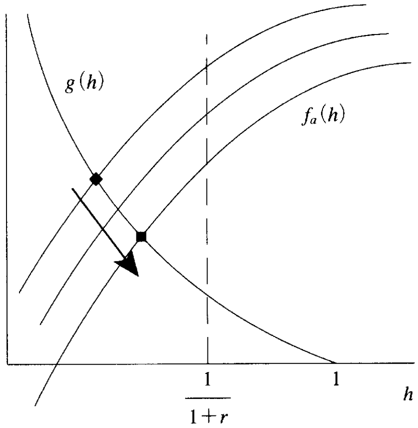

図8　公的年金の拡充に伴う退職行動の変化

えると，$\frac{db}{da}=\frac{1}{h}$ となる。したがって，$h<\frac{1}{1+r}$ が成立する h において，$f_a(h)$ が単調に下方へシフトすることになる。その結果，その h の近傍において限界的に均衡における退職者数は増加することになる。

以上の事実は以下のようにしても確かめられる。$a>0$ のときは，

$$U^0(a)-U^1(a,b)=g(h) \tag{3.1}$$

$$a=bh \tag{3.2}$$

の2本の式を連立した解として退職する人の数 $h(a)$ が決定された。また，年金支給額も同時に決定されるが，この値を $b(a)$ と表現することにする。($a=0$ のときは $U^0(0)-U^1(0,0)=g(h)$ の解を $h(0)$ とし，また $b(0)=0$ となる。)

したがって，

$$\frac{dh}{da}=\frac{(1+r)h[u'(c_1^0)-u'(c_1^1)]+u'(c_1^1)}{-g'(h)(1+r)h+bu'(c_1^1)}$$

および

$$\frac{db}{da}$$
$$=\frac{(1+r)[-g'(h)-b[u'(c_1^0)-u'(c_1^1)]]}{-g'(h)(1+r)h+bu'(c_1^1)}>0$$

と計算できる[5]。2番目の式の分母は正の値であり，分子は $c_1^0>c_1^1$ が $u'(c_1^0)<u'(c_1^1)$ を含意することに注意すれば正であることが分かる。つまり，年金保険料を増加すると年金支給額も増加することは分かる。しかし，年金を拡充したときに，経済で退職する人の割合がどのように変化するか，つまり1番目の式の符号についてははっきりしたことは言えない。しかし，$h<\frac{1}{1+r}$ が成立しているときは，$\frac{dh}{da}$ の分母が正となり，$\frac{dh}{da}>0$ となる。

ある時点の退職者数が h であり，外生的に与えられている，貯蔵技術の収益率 $1+r$ に対して，$h<\frac{1}{1+r}$ が成立しているときに，公的年金を拡充すると，退職者は増加することになる。したがって，退職者が比較的少ないときに公的年金を拡充すると，退職者は増加し，退職者が比較的多いときに公的年金を拡充すると，退職者は減少する可能性があることになる。もちろん，$h<\frac{1}{1+r}$ の条件は，公的年金の拡充が早期退職を促す十分条件であり，公的年金の拡充と共に退職者が増加していく過程で $h\geq\frac{1}{1+r}$ となる状態に達するのであるが，この状態に達しても，しばらくは退職者の増加は起きることになる。つまり，h が増加することで年金収益率が低下し，$\frac{db}{da}$ の値が $1+r$ を下回ることになると，$U^1(a, a/h)$ が a について（限界的に）減少的になるが，$f_a(h)$ 自体はまだしばらくは a の増加に伴って（現在の h の近傍で）下方へシフトすることになる。しかし，ある段階まで早期退職が進むと，$U^1(a, a/h)$ の（限界的な）減少幅が大きくなり，結果として，$f_a(h)$ が（現在の h の近傍で）上方へシフトする可能性があり，退職者が公的年金の拡充に伴ってかえって減少することになる[6]。以上の議論から以下の命題を得ることができる。

命題3.1 命題2.6の均衡における退職者の数を表す関数 $h:[0, w_1)\rightarrow(0,1)$ は，$h(a)<\frac{1}{1+r}$ の範囲では厳密に増加的である。

命題3.2 命題2.6の均衡における年金支給額を表す関数 $b:[0, w_1)\rightarrow\Re_+$ は，厳密に増加的である。

2 年金政策と総貯蓄

この節では，公的年金が拡充していたときに，経済全体での貯蓄額はどのように変化するかを調べる。経済全体での貯蓄額は，

$$S(a)=(1-h(a))x^0(a)+h(a)x^1(a, b(a)) \tag{3.3}$$

と計算できる。したがって，年金が拡充していったときの総貯蓄の変化は，

$$\frac{dS}{da}=\frac{dh}{da}(x^1-x^0)+(1-h)\frac{dx^0}{da}+h\frac{dx^1}{da} \tag{3.4}$$

となる。この式の第1項は，退職行動の変化が総貯蓄に及ぼす影響である。若年期の消費と老年期

の消費が共に正常財であるので，$x^1>x^0$ となり，年金の拡充によって退職者が増加する場合には，この効果は正になる。第2項と第3項は，公的年金の拡充によって民間の貯蓄が代替する効果を表しており，この効果は負である。これらの効果を総合して，総貯蓄が増加するか減少するかが決まる。公的年金が拡充していくと，老後の備えのために若年期に行う貯蓄が減ることになる。公的年金は賦課方式で運営されているので，この部分は経済の総貯蓄には出てこない。したがって，通常の議論では，公的年金が拡充していくと，経済の総貯蓄が減少することになる。このことは (3.4) 式の第2項と第3項に現れている。しかし，理論的に分析してみると，経済の総貯蓄の変化を調べるには，(3.4) 式の第1項の効果も重要である。命題3.1より $h<\frac{1}{1+r}$ の範囲に h があるときに公的年金を充実させると，早期退職を促し退職者数は増加する。老年期に退職することを選択する若者の貯蓄は，老年期に働くことを選択する若者の貯蓄より大きいので，$h<\frac{1}{1+r}$ の範囲に h があるときは，第1項の効果は正になる。したがって，早期退職が起こっている状態では，公的年金が拡充していくときに，経済の総貯蓄が増加する可能性もあることになる。また，年金の充実によって退職者が減少する可能性があることを前節までで考察してきたのであるが，このような場合は，(3.4) 式の第1項の効果は負になり，全体の効果も負になる。

最後に，年金政策と資源配分の効率性および公平性について，少し考察することにする。年金の拡充は年金保険料の増加を意味するので，健康状態が良好で老年期にも働いている人の効用は下げてしまうことになる。健康状態が悪く老年期に退職している個人については，効用を上げる場合と下げる場合があることをみた。老年期に退職している個人の効用を下げる場合には，年金の拡充はパレートの意味で改悪的になる。老年期に退職している個人の効用を上げる場合には，年金の拡充はパレートの意味で改善的でも改悪的でもない。しかしこの場合でも，経済の公平性は改善することになる。

謝　辞

2人のレフェリーから大変貴重なコメントを頂いた。ここに記して感謝の念を表したい。

(平成13年10月投稿受理)

(平成13年10月採用決定)

注

1) また，Kotlikoff (1979) は，公的年金が人々の退職行動には影響を与えないことを理論的に導出したが，この結果は，資本市場が完全であること，年金保険料が公平に設定されていること，死亡時期が分かっていることなどを想定したことにより，公的年金と民間貯蓄が完全な代替物になることから，得られたものである。Crawford and Lilien (1981) は，これらの3つの想定を緩めると，公的年金が人々の退職行動にシステマティックな影響が出ることを示した。(これらの業績を含む公的年金に関する理論は Myles (1995) の14章に，手際よくまとめられている。) われわれのモデルとこれらのモデルとの違いは，われわれのモデルに健康のリスクが導入されていることであり，健康のリスクから導き出される含意に焦点が当たっていることである。

2) われわれのモデルでは，単純な線形の貯蔵技術が導入されており，Hu (1979) の分析よりも単純な設定になっている。また，設定上資本市場が存在しないので，いわゆる資本蓄積の問題も捨象されている。

3) つまり，経済主体の選択としては，$l=0$ (働く) か $l=1$ (退職する) のどちらかしか選択できないことを想定している。

4) この仮定の妥当性についての議論は，Maeda and Momota (forthcoming) 参照。

5) (3.1) 式を全微分すると，

$$\begin{aligned}&\left\{u'(c_1^0)\frac{dc_1^0}{da}+\beta u'(c_2^0)\frac{dc_2^0}{da}\right.\\&\qquad\left.-\left(u'(c_1^1)\frac{\partial c_1^1}{\partial a}+\beta u'(c_2^1)\frac{\partial c_2^1}{\partial a}\right)\right\}da\\&\qquad-\left\{u'(c_1^1)\frac{\partial c_1^1}{\partial b}+\beta u'(c_2^1)\frac{\partial c_2^1}{\partial b}\right\}db\\&=g'(h)dh\end{aligned}$$

を得る。この式を，(2.6) - (2.7) 式から得られる内点解の条件，

$$u'(c_1^0)=(1+r)\beta u'(c_2^0),$$
$$u'(c_1^1)=(1+r)\beta u'(c_2^1),$$

および，(2.1) - (2.4) 式から得られる

$$\frac{dc_1^0}{da}+\frac{1}{1+r}\frac{dc_2^0}{da}=-1,$$
$$\frac{\partial c_1^1}{\partial a}+\frac{1}{1+r}\frac{\partial c_2^1}{\partial a}=-1,$$
$$\frac{\partial c_1^1}{\partial b}+\frac{1}{1+r}\frac{\partial c_2^1}{\partial b}=\frac{1}{1+r}$$

を用いて，

$$\{u'(c_1^0)-u'(c_1^1)\}da$$
$$+\frac{u'(c_1^1)}{1+r}db+g'(h)dh=0$$

の形に変形できる。他方，(3.2) 式を全微分すると，

$$da=hdb+bdh$$

となり，これらの2本の式を連立させることにより，$\frac{dh}{da}$ および $\frac{dh}{db}$ を求めることができる。

6) Samuelson (1958) や Aaron (1966) の分析では，公的年金の収益率と貯蓄手段の収益率との関係で資源配分の効率性が議論されている。彼らのモデルでは，老人はすべて退職しているので，人口成長率で公的年金の収益率が定義できる。したがって，人口の成長率と経済に存在する貯蓄手段の収益率を比べて，賦課方式の公的年金の効率性が議論できる。われわれのモデルは，老年期に労働を行うかまたは退職するかに関する選択の問題が入っているので，彼らのモデルの拡張になっている。しかし，公的年金が人々の退職行動や貯蓄行動に与える影響を考えるうえで重要な変数は，やはり年金の収益率と貯蓄手段の収益率になっている。

参考文献

Aaron, H. J. (1966) "The Social Insurance Paradox," *Canadian Journal of Economics and Political Science*, 32, 371-374.

Barro, R. J. (1974) "Are Government Bonds Net Wealth?," *Journal of Political Economy*, 82, 1095-1117.

Bazzoli, G. J. (1985) "The Early Retirement Decision: New Empirical Evidence on the Influence of Health," *Journal of Human Resources*, 20, 214-234.

Boskin, M. J. (1977) "Social Security and Retirement Decisions," *Economic Inquiry*, 15, 1-23.

Crawford, V. P. and D. M. Lilien (1981) "Social Security and the Retirement Decision," *Quarterly Journal of Economics*, 95, 505-529.

Feldstein, M. (1974) "Social Security, Induced Retirement, and Aggregate Capital Accumulation," *Journal of Political Economy*, 82, 905-926.

Hu, S. C. (1979) "Social Security, the Supply of Labor, and Capital Accumulation," *American Economic Review*, 69, 274-283.

Kotlikoff, L. J. (1979) "Social Security and Equilibrium Capital Intensity," *Quarterly Journal of Economics*, 94, 233-253.

Maeda, Y. and A. Momota, "Health Status Risks and an Efficiency of Social Security Systems," *Japanese Economic Review*, forthcoming.

Myles, G. D. (1995) *Public Economics*, Cambridge University Press.

Quinn, J. (1977) "Micro-Economic Determinants of Early Retirement: A Cross-Sectional View of White Married Men," *Journal of Human Resources*, 12, 329-345.

Samuelson, P. A. (1958) "An Exact Consumption-Loan Model of Interest with or without the Social Contrivance of Money," *Journal of Political Economy*, 66, 467-482.

（まえだ・やすお　大阪大学大学院教授）
（ももた・あきら　帝塚山大学助教授）